COMPENDIO

DE

HYDROGRAPHIA

APPROVADO E ADOPTADO

PELO CONSELHO DE INSTRUCÇÃO DA ESCOLA DE MARINHA,

COM APPROVAÇÃO DO GOVERNO

COMPILADO

POR

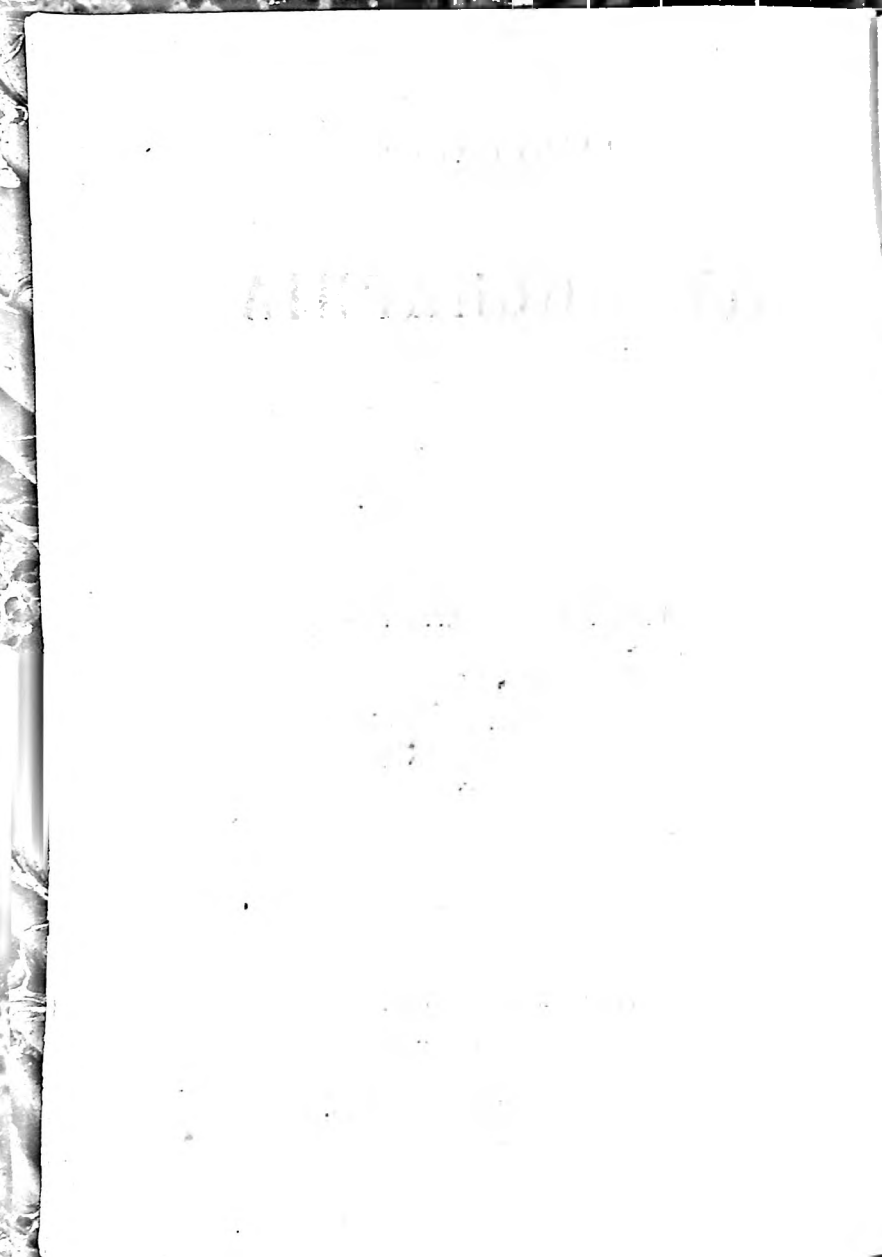
ANTONIO LUIZ von HOONHOLTZ

Primeiro Tenente da Armada.

RIO DE JANEIRO

TYPOGRAPHIA PERSEVERANÇA

99—RUA DO HOSPICIO—99

1864.

A. Valença

DEDICATORIA

AO

Illm. Exm. Sr. Conselheiro Chefe de Esquadra

JOAQUIM JOSÉ IGNACIO.

Habituado desde a mais tenra infancia a ouvir os conselhos salutares de uma extremosa mãi, e envidando todos os meus esforços por bem grava-los na memoria, necessariamente alguns delles, á força de repetições, deveriam ter-se enraizado em minha alma como o germen dos bons sentimentos, que mais ou menos adornam o caracter de todo o homem; destes sentimentos, porém, o unico talvez que eu ainda conserve em toda a sua pureza, é o sentimento sagrado de gratidão.

Grato pois a um chefe que me tem protegido e aconselhado nesta espinhosa senda onde apenas dei o primeiro passo, e desejando, com ardor, provar-lhe o

meu reconhecimento, ousei dedicar-lhe este pequeno trabalho, cujo unico merito é a intenção que tive de prestar um insignificante serviço á nobre classe a que tenho a honra de pertencer.

Rogo-vos pois, Sr. chefe, que, como um dos nossos mais sabios e illustrados officiaes generaes, escuseis a insignificante e mesquinha dedicatoria de um principiante, e a aceiteis com benevolencia como um acto de sincero reconhecimento e profunda estima, do vosso

Brest, Novembro de 1859.

respeitoso subdito,

ANTONIO LUIZ von HOONHOLTZ.

Prologo.

Tendo sido nomeado pelo Governo Imperial para encarregar-me do ensino d'Hydrographia aos alumnos do 4.º anno da Escola de Marinha, em viagem de instrucção á Europa, achei-me a braços com muitas difficuldades que tive de superar, entre ellas a falta d'um compendio apropriado ao estudo da materia, e depois a ardua e delicada tarefa de continuar a instrucção de moços intelligentes, e habituados ás sabias e eloquentes prelecções dos dignos Lentes, que tanto se afadigáram em dotar-me tambem com a pouca illustração que minha fraca intelligencia pôde reter. Recorri pois ás melhores bibliothecas de Lisboa, Cherburgo e Brest, tomei informações em algumas das primeiras livrarias sobre um tratado completo de hydrographia, ou mesmo um compendio elementar, e nada mais pude colher além de alguns antigos annaes hydrographicos e o methodo de Beautemps-Beaupré, datado de 1811 e de tal modo laconico, que já no Rio de

Janeiro eu o havia julgado insufficiente para o estudo dos methodos ordinariamente empregados no levantamento de plantas.

Dirigi então as minhas vistas sobre as obras de Salneuve, Biot, Begât, Dr. Muller, Dubois, etc. d'onde colhi o que mais relação tinha com a hydrographia, e ora consultando um autor, ora outro, fui compilando e organisando este compendio pelo qual explicava durante a aula.

Muito mais volumosa poderia certamente tornar-se esta obra, se me não lembrasse o pouco tempo de folga que se concede a bordo aos Guardas-Marinha, ordinariamente empregados no serviço dos escaleres, que lhes fatiga o corpo, e faz, nos poucos momentos de descanso, expellir de si com repugnancia a idéa do estudo.

Tive pois de amoldar-me ás circumstancias e organisar este compendio, pelo qual me tenho guiado, dividindo os dias de aula na explicação das materias que nelle se contém, nos exercicios praticos feitos em terra e no desenho das plantas levantadas pelos mesmos Guardas-Marinha.

O meu fim apresentando este compendio é facilitar aos alumnos o estudo da materia que vai nelle resumida, e poupar-lhes, não só o trabalho de consultarem diversos autores, como tambem a despeza de comprarem as suas obras por alto preço no nosso paiz.

Brest.—Novembro de 1859.

A. L. v. H.

HYDROGRAPHIA.

CAPITULO I.

DEFINIÇÕES.

Hydrographia, de ὕδωρ (agua) e γραφω (eu descrevo), é a parte da Geodesia que trata da representação das porções aquosas do Globo.

Esta parte comprehende, necessariamente, o contorno das costas que limitam essas porções aquosas; a representação das ilhas e rochedos que estão situados nessas grandes extensões d'agua; e emfim, o nivelamento submarino, isto é, a sondagem das porções de mar que ficam proximas á terra.

A Hydrographia comprehende duas partes:

1.ª A representação de uma grande extensão d'agua, isto é, a determinação de uma carta maritima.

2.ª A representação de uma pequena extensão d'agua, tal como uma bahia, um golpho, etc., isto é, a determinação de um plano.

Para se levantar a planta hydrographica de uma costa, ilha, porto ou rio, é necessario, primeiro que tudo, determinar a posição geographica de um ou mais de seus pontos notaveis, segundo a sua maior ou menor extensão. Em seguida a variação da agulha deve ser determinada com exactidão pelos diversos methodos até agora empregados com vantagem.

Muitos são os instrumentos usados nos levantamentos de plantas, os quaes dividem-se em duas classes: os Goniographos e os Goniometros.

A' primeira classe pertencem: a Plancheta ordinaria e o Sextante graphico, que dão immediatamente os angulos sem se conhecer o numero de gráos; na segunda se comprehendem os instrumentos que dão a amplitude dos angulos, como o Sextante graduado, o Graphometro, a Bussola, o Theodolito, etc., etc.

Descripção dos instrumentos mais usados nos levantamentos de plantas hydrographicas.

GONIOGRAPHOS.

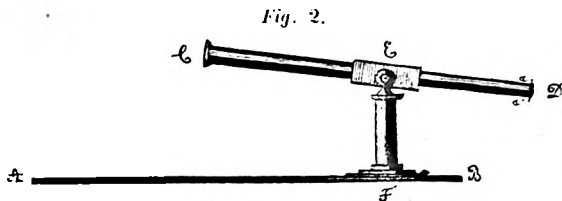
Plancheta.—A plancheta compõe-se: de uma pequena mesa de madeira onde se colla o papel, de um joelho ou junta de metal, pela parte inferior desta mesa, que serve para dar-lhe a posição horisontal e o movimento de rotação, de uma tripeça com um solido peão de metal onde encaixa o joelho, e além disto de uma peça indispensavel com o nome

de *alidade*, cujo fim é achar em um plano horisontal a linha que designa o encontro do plano vertical que passa pelo olho do observador e pelo objecto marcado. A alidade é composta de uma regoa de metal de tres ou quatro decimetros, nos extremos da qual se fixam duas pinulas *A* e *B*, (fig. 1) que servem para visar os objectos.

Fig. 1.

Pinulas são duas chapas de metal, em cada uma das quaes ha duas aberturas, uma rectangular dividida por um fio de cabello, que é superior a outra muito estreita e que serve de ocular (fig. 1). O cabello determina o plano vertical que passa pelo olho do observador e pelo objecto, devendo confundir-se com a linha tirada por um dos lados da regoa *a b*, e que se chama *linha de fé*.

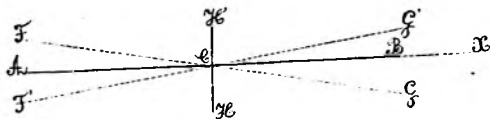
Ha outra alidade muito mais completa, a qual se compõe da regoa *A B* (fig. 2), e d'uma luneta *C D* que póde girar em torno

Fig. 2.

de um eixo *E* parallelo ao plano da regoa e perpendicular ao

seu comprimento, unida a ella pela haste *F E*. A luneta compõe-se de uma objectiva *C*, uma ocular *D*, e um reticulo *a a'*.

Para trabalhar-se exactamente com esta alidade é preciso ter certesa: 1.º Se o eixo optico da luneta é perpendicular ao eixo de rotação, pois que do contrario dando-se-lhe movimento descreveria uma superficie conica e não plana; 2.º Se esse plano, chamado de collimação, passa pela linha de fé.

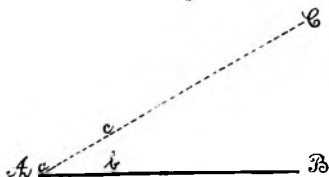
Para preencher-se estas condições é preciso que o eixo de rotação seja parallelo ao plano da regoa e perpendicular á linha de fé. O meio de conhecer-se se o instrumento está rectificado é o seguinte: viza-se um ponto afastado *X*, (fig. 3),

Fig. 3.

traça-se sobre o papel a linha determinada pela regoa *A B*; desmonta-se a luneta fazendo-a girar 180º em torno do seu eixo optico *F G*, de modo que a parte inferior fique para cima; nesta nova posição as extremidades H, H' da peça em cujo sentido corre o eixo de rotação, tomarão as posições uma da outra: o angulo G C H tornar-se-ha em G' C H', e então se não visarmos o ponto *X* no cruzamento dos fios, o angulo *G C G'* será o dobro da correcção que se deve fazer com o reticulo, por meio de dous pequenos parafusos situados á direita e á esquerda, e que lhe dão o movimento de translação conveniente para destruir o erro. Para ter-se certeza se um dos fios está vertical faz-se levantar e abaixar a luneta, observando com cuidado se o ponto marcado fica sempre occulto pelo fio. E' ainda por meio do reticulo que se faz esta segunda correcção, movendo-o em

torno do eixo optico. Adapta-se tambem á plancheta uma bussola para orientação da planta.

Estando já bastantemente explicada a construcção e movimento da plancheta e alidade, nada se torna mais facil do que projectar um angulo por meio deste instrumento.

Colloca-se a plancheta sobre o ponto *A* da base (*) (fig. 4),

Fig. 4

tira-se no papel uma linha *a b* para servir de projecção da mesma, ajusta-se a *linha de fé* da alidade sobre esta recta e faz-se girar a plancheta até enfiar pela luneta ou pelas pinulas o outro extremo *B* da base, nivela-se a mesa e aperta-se o parafuso de pressão do joelho, orienta-se a planta marcando o rumo a que corre a base, e dando movimento á alidade em torno do ponto *a*, como centro, procura-se enfiar o objecto que se quer marcar e tira-se uma recta indefinida a partir de *a* em todo o comprimento da *linha de fé*. Ficará assim determinado graphicamente o angulo formado no terreno pelas duas direcções *AB*, *AC*.

Occupemo-nos agora da resolução dos triangulos, usando sómente da plancheta e alidade, e designemos por letras pequenas as projecções dos pontos que representamos no terreno com letras grandes.

Dá-se dous pontos *A*, *B* no terreno, e as suas projecções *a*, *b*, pede-se a projecção de um terceiro *C*.

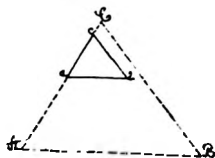
(*) Veja a definição de *base* á pagina

1.º Caso.—Póde-se estacionar em *A*, *B*, (fig. 5) donde se vê o ponto pedido *C*.

Fig. 5.

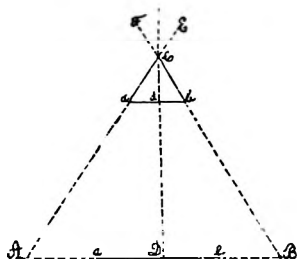
Estaciona-se em *A*, orienta-se sobre *B*, depois traça-se a projecção de *A C*; muda-se a plancheta para *B*, onde se opéra do mesmo modo. A intersecção das duas rectas é evidentemente a projecção pedida de *C*. Este methodo chama-se de *intersecção*.

2.º Caso.—Póde-se chegar a *A* e *C*, mas não a *B*, (fig. 6) e de cada um destes pontos ainda se vê o terceiro.

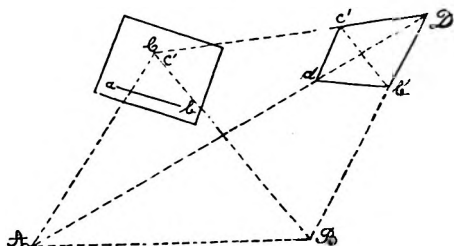
Fig. 6.

Estaciona-se em *A*, orienta-se sobre *B* e traça-se na direcção de *C*; depois transporta-se a plancheta para *C*, toma-se um ponto arbitrario da linha *a c* para servir de projecção de *C*, orienta-se sobre *A* e traça-se na direcção de *B*; depois, do ponto *b* tira-se uma linha *b c* parallela a *B C*, e o ponto de encontro com *a C* será a projecção pedida. Póde-se achar mais facilmente a projecção de *C* do modo seguinte: Depois de ter traçado a linha *a c* muda-se a plancheta para *C*, onde se orienta sobre *A*, e fazendo girar a alidade em torno de *b*, enfia-se o ponto *B* e tira-se *b c*.

3.º Caso.—Supponha-se agora que os pontos *A* e *B*, dos quaes

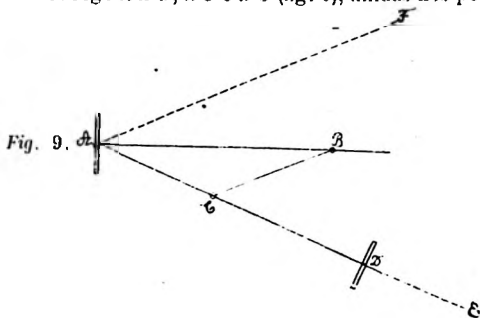
temos as projecções, sejão inaccessiveis, porém que se possa estacionar em um ponto *D* da sua direcção, e em *C*. (fig. 7).

Fig. 7.

Conduza-se a plancheta para *D*, oriente-se sobre *A* e *B* e trace-se na direcção de *C*; feito isto mude-se o instrumento para *C*, onde se faça coincidir um ponto qualquer *c* com a vertical de *C*, oriente-se sobre *C D*, e collocando alternadamente a alidade sobre *a* e *b*, como centros, tirem-se as rectas *B b*, *A a* indefinidas, que se devem cortar em *c*, projecção pedida.

4.º CASO.—Dá-se as mesmas projecções *a* e *b* (fig. 8) dos pontos inaccessiveis *A* e *B*, e pede-se a projecção de *C*, onde se póde estacionar.

Fig. 8.

Toma-se sobre o terreno um quarto ponto *D*, do qual se veja os outros tres *A*, *B* e *C*. Colloca-se a plancheta em *C*, faz-se coincidir um ponto qualquer *c'*, do papel, com a vertical de *C*, e traça-se as linhas indefinidas *c' A*, *c' B* e *c' D*; depois transporta-se o instrumento para *D*, onde se toma para projecção de *D* um ponto arbitrario na linha *c' D*, orienta-se sobre *c'*, e tira-se *D A* e *D B*; os pontos de encontro dessas linhas com os raios tirados de *C*, determinam um quadrilatero semelhante ao que forma o terreno. Para achar-se sobre o papel o ponto *c*, faça-se no extremo da projecção da base um angulo *c a b* igual a *c' a' b'*, e em *b* um angulo *c b a* igual a *c' b' a'*; a intersecção destas linhas dará *c*.

Sextante graphico.—Este instrumento que tambem nos dá os angulos immediatamente, sem marcar o numero de gráos, é de uma simples construcção, e pela figura facilmente se comprehenderá a explicação e modo de usal-o. Compõe-se de tres regoas *A B*, *A C* e *B C* (fig. 9), unidas nos pontos *A* e *C*

Fig. 9.

por dous pequenos eixos, e no ponto *B* por uma chapa corrediça, ou cursôr, que deixa o extremo *B* da regoa *B C* percorrer todos os pontos de *A B*. As duas regoas *A C* e *B C* são iguaes, donde resulta que o triangulo *A B C* é isósceles. No extremo *A* de *A B* está collocado um espelho que lhe é perpendicular, e no ponto *D* da regoa *A C* está fixo outro na mesma posição,

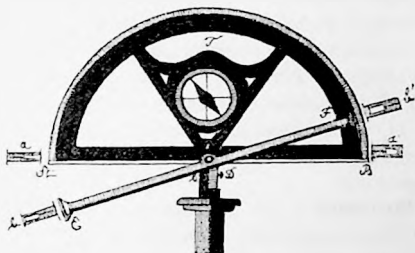
cuja metade superior não é estanhada. Quando a regoa *A E* estiver sobreposta a *A C*, os dous espelhos devem ficar parallelos, logo, o angulo *B A C* será igual ao angulo formado pelos espelhos, do que se segue, que, se dirigirmos a regoa *A C* sobre o objecto *E* e fizermos mover *A B* até que o espelho *A* reflicta a imagem *F* sobre o espelho *D*, e d'ahi ao olho do observador, o angulo *B A C* será, segundo os principios de optica, metade de *D A F*. Ora, o angulo *B C D* é supplemento de *A C B*, e por conseguinte igual a *A B C* + *C A B*, porém *A B C* é igual a *C A B* por ser o triangulo isósceles, logo, *B C D* = 2 *B A C* e igual ao angulo formado pelos dous raios visuaes *A F* e *A C*.

Para traçar o angulo adapta-se uma folha de papel sobre uma das regoas, *C D*, por exemplo, visa-se o objecto *E*, move-se com a outra *A B* até confundir a imagem reflectida *F* com a directa *E* e traça-se nas direcções *C D* e *C B*, o angulo *B C D* será o pedido. (Fig. 9).

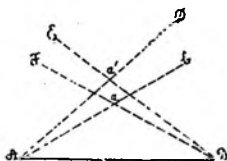
GONIOMETROS.

Entre os Goniometros conhecemos o Graphometro, a Bussola, o Sextante graduado, o Theodolito, o Circulo de reflexão, etc., dos quaes vamos dar em seguida a descripção e uso.

Graphometro é um semi-circulo graduado que move-se sobre um joelho *D* (fig. 10), podendo por isso tomar todas as posições.

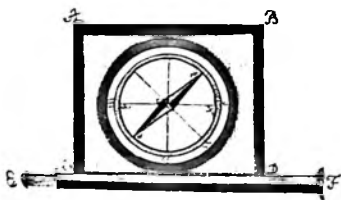
Fig. 10.

Tem nos extremos do diametro *A B* duas pinulas *a*, *a'*, sobre o centro *C* gira uma alidade *E F* tambem com duas pinulas *b*, *b'*, e na peça *T* ha uma agulha para orientação da planta.

Para se levantar uma planta com o graphometro, procede-se do modo seguinte. Colloca-se o instrumento sobre um dos extremos da base medida, e põe-se o limbo no mesmo plano dos objectos que se pretende marcar, depois enfia-se pelas pinulas *a*, *a'*, do diametro, o objecto da direita, que neste caso é o outro extremo da base, e movendo com a alidade movel em torno de *C*, marca-se o ponto da esquerda; escreve-se em um papel o numero de gráos e minutos que coincide com o zero do *vernier*. Em seguida marcam-se todos os mais pontos notaveis, escrevendo cuidadosamente os angulos tomados do ponto *A*, (fig. 11), e muda-se o instrumento para *B* onde se opera do mesmo modo.

Fig. 11.

Para projectal-os sobre o papel, usa-se do transferidor, fazendo coincidir o seu centro com a projecção de um dos extremos da base, *A*, por exemplo, e marcando com a ponta de uma agulha os angulos que achamos entre os objectos e o extremo *B*. Por estes pontos e pelo extremo *A* tiram-se linhas indefinidas, e mudando o transferidor para *B* procede-se do mesmo modo, de sorte que as intersecções dessas linhas darão indubitavelmente as projecções pedidas dos objectos marcados.

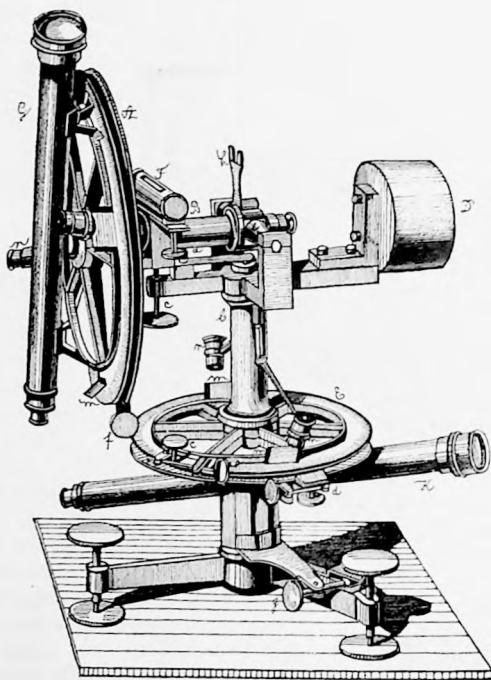
Bussola é um instrumento composto de uma agulha ou lamina magnetica, suspensa sobre um peão e encerrada em uma caixa, no fundo da qual está collado um circulo de

papel graduado em meios gráos, com um diametro parallelo ao maior lado da caixa, e d'onde principia a graduação; este diametro tem as letras *N* e *S* nos dous extremos. Adaptada a um dos lados maiores da caixa ha uma luneta, cujo eixo optico é parallelo á linha fixa *N S*. (fig. 12.)

Fig. 12.

Para trabalhar-se com este instrumento estaciona-se em um dos pontos da base, faz-se mover a caixa até que o ponto *N*, ou 0° do circulo, fique exactamente na direcção do objecto da esquerda, o que acontece quando visa-se este pelo eixo optico da luneta. O angulo marcado pelo norte da lamina magnetica sobre o circulo graduado, é justamente aquelle comprehendido entre o raio visual, tirado ao objecto, e a meridiana magnetica. Em seguida torna-se a fazer coincidir o *N* da agulha com o *N* ou 0° da graduação, e dando-se o movimento contrario á caixa, claro está, que, quando enfiarmos pela luneta o objecto da direita, a lamina marcará o angulo comprehendido entre a meridiana e a direcção do objecto. A somma destes dous angulos dará evidentemente o angulo total, comprehendido entre os objectos marcados. *A B C D* é a caixa, *N* 45° *S* o circulo graduado fixo ao fundo, *n s* a lamina ou agulha magnetica que gira sobre o peão *c*, e *E F* a luneta fixa no lado *C D*. (fig. 12.)

Theodolito. — Compõe-se essencialmente este instrumento de dous circulos graduados, um dos quaes é vertical e

o outro horisontal. O primeiro destes dous circulos, A, (fig. 13), é fixo á extremidade de um eixo horisontal B, em torno do qual póde girar sobre si mesmo.

Fig. 13.

O eixo B descansa sobre a extremidade superior de um eixo vertical C, em roda do qual o circulo A e o eixo B podem ter um movimento commum. Um contrapeso D serve para equilibrar o peso do circulo A, fazendo em C o centro de

gravidade de todas as peças que se movem ao redor deste eixo. O segundo circulo *E* tem seu centro exactamente situado no eixo vertical *C*, e póde girar no seu plano em torno delle.

No pé do instrumento ha tres parafusos que servem para pôr vertical a columna que encerra o eixo *C*, o que se conhece por meio do nivel de bôlha *F*, situado junto á parte interior do circulo vertical *A*. Este nivel tem um pequeno parafuso *a*, que lhe imprime movimentos doces, fazendo abaixar ou elevar mansamente uma de suas extremidades, de modo que a bôlha do nivel se ache exactamente entre as marcas do tubo, quando o eixo estiver vertical.

Obtida que seja a verticalidade do eixo *C*, deve-se tambem dar ao plano do circulo *A* a posição exactamente vertical. Para isto o eixo *B* do instrumento é disposto de tal modo que possa ter um pequeno movimento em torno do eixo *b*; um parafuso *c* imprime este movimento á extremidade do eixo *B*, fazendo-o girar ao redor de *b* até dar ao circulo *A* a posição vertical, no caso delle estar ligeiramente inclinado para um ou outro lado. Afim de se conhecer se o circulo *A* está bem vertical, ou o que é o mesmo, se o eixo *B* está horisontal, usa-se de um nivel movel (fig. 14.)

Fig. 14.

Este nivel repousa sobre dous pés, pelos quaes póde apoiar-se sobre o eixo *B*, que é cylindrico e do mesmo diametro. Uma pequena forqueta *h* (*fig.* 13) sustem o corpo do nivel nesta posição, impedindo a sua quéda para um ou outro lado. Depois de se ter pousado o nivel sobre o eixo e haver marcado a posição da bôlha d'ar, suspende-se, e fazendo-o girar de modo que cada extremo occupe o lugar do outro, torna-se a collocal-o sobre o mesmo eixo *B*, observando novamente a posição da bôlha. Se

a bôlha tiver mudado segue-se que o eixo *B* não está horizontal, e então móve-se com o parafuso *c* até dar-lhe esta posição.

Ao circulo vertical *A* está adaptada uma luneta *G*, fixa a um circulo inteiro que é incrustado no circulo *A*, de modo a poder mover-se no seu interior sem comtudo deixar de tocal-o em todos os pontos da sua circumferencia. Do mesmo modo toda a parte do instrumento superior ao limbo horizontal *E*, está ligada invariavelmente a um circulo complete que se móve no interior do circulo *E*, tocando-o em todos os seus pontos. Uma pinça *d*, munida do seu parafuso de pressão e parafuso de chamada, serve para fixar o circulo *E* ao pé do instrumento, e darlhe um movimento lento em roda do eixo *C*. Uma outra pinça *e*, analoga á precedente, serve para fixar toda a parte superior do instrumento ao circulo *E*. Uma terceira pinça *f* serve para firmar o limbo *A*, de maneira a impedir que elle se mova em torno do seu centro. Emfim, uma quarta pinça, que não apparece na figura, é destinada a fixar a luneta *G* ao circulo *A*.

Uma segunda luneta *H* é adaptada ao pé do instrumento, e só póde ter um movimento mui insignificante para um lado qualquer. Esta luneta não tem outro fim mais do que fazer constar se o pé do instrumento moveu-se durante o trabalho. Afim de saber-se isto aproveita-se o pequeno movimento que se lhe póde dar, para visar pelo seu eixo optico um objecto qualquer bem distante, mas facil de reconhecer; e durante o trabalho observa-se com frequencia se o ponto marcado ainda demora na intersecção dos fios desta luneta, ou se o instrumento soffreu algum desarranjo. Um parafuso de chamada *g* serve para dar movimentos lentos a esta luneta, de modo a dirigir o seu eixo optico ao objecto notavel que se tomou para ponto de rectificação.

Para medir o angulo comprehendido entre os dous planos verticaes que passão por dous objectos, faz-se girar em primeiro lugar toda a parte superior do instrumento, independentemente do limbo graduado *E*, até que o *index* traçado no circulo movel do interior coincida exactamente com o zéro da graduação do limbo *E*, e fixa-se o dito circulo a este limbo por

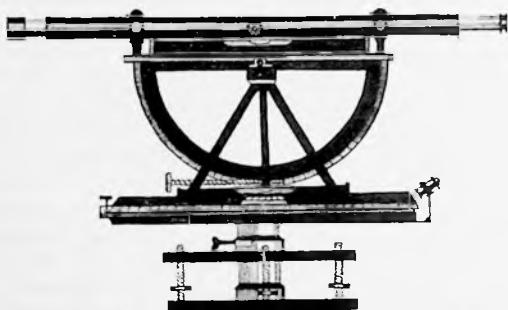
meio da pinça *e*; faz-se então girar o limbo *E* com toda a parte superior, e move-se ao mesmo tempo a luneta *G* ao redor do centro do circulo *A*, até que o eixo optico desta luneta fique exactamente dirigida para o primeiro dos dous objectos que se pretende marcar; fixa-se o limbo *E* nesta posição por meio da pinça *d*, depois, tendo desapertado a pinça *e*, faz-se girar a parte superior do instrumento em torno do eixo *C*, até enfiar o segundo objecto pelo eixo optico da luneta *G*; o *index* do circulo que se move no interior do limbo *E*, descreveu por conseguinte, sobre este limbo, um arco que será a medida do angulo procurado, e cujo valor se deve lêr sobre a graduação. Querendo empregar o principio da repetição dos angulos, fixa-se a parte superior do instrumento ao limbo *E*, suppondo-o na nova posição que se lhe deu; desaperta-se a pinça *d*, e faz-se girar o limbo *E* com a parte alta, até que a luneta *G* esteja de novo dirigida sobre o primeiro objecto; firma-se então o circulo *E* nesta posição, por meio da pinça *d*, depois solta-se novamente a parte superior do instrumento, que se faz girar até vizar pela luneta *G* o segundo objecto: claro está, portanto, que o *index* do circulo interior ao limbo *E*, descreveu um novo arco igual áquelle descripto na primeira operação. Continuando do mesmo modo, póde-se fazer o *index* percorrer e marcar um arco duas, tres, quatro, etc. vezes maior do que a medida do angulo procurado; a leitura deste arco multiplo dará pois um valor sufficientemente exacto do angulo entre os dous objectos. Esta leitura faz-se por meio de alguns *verniers*, cujas divisões são esclarecidas por pequenas placas de vidro opaco *m*, *m*; as lentes *n*, *n*, podem ser collocadas por cima destes verniers, afim de se lêr com facilidade a graduação.

O theodolito póde ser igualmente empregado em medir as distancias zenithaes. Neste caso faz-se a leitura do angulo sobre o circulo vertical *A*.

Para determinar a direcção em que se percebe um objecto, indica-se o angulo feito por esta direcção com a vertical, e além disso o angulo formado pelo plano vertical que contém o objecto com um plano vertical particular tomado

para plano de comparação ; o conhecimento destes dous angulos basta com effeito para que se saiba a direcção do objecto. O primeiro destes angulos é o que nós chamamos — Distancia Zenithal — do objecto ; o segundo chama-se seu — Azimuth. —

Ha outros theodolitos de construcção muito mais simples, sem luneta de rectificação, e que são geralmente usados nos trabalhos hydrographicos. A figura 15 representa um destes instrumentos, cuja explicação é desnecessaria por isso que é uma modificação do precedente.

Fig. 15.

Rectificação do Theodolito. — Começa-se por destruir a *paralaxe dos fios* na luneta, isto é, o desarranjo que em relação a elles soffre a imagem de um objecto quando o observamos por differentes partes da circumferencia da ocular. Este defeito deixa de existir quando os fios se achão no fóco commum da ocular e objectiva. Para estabelecer-se a coincidencia entre os fócos desses dous vidros e collocar depois os fios neste ponto, procede-se do modo seguinte : Faz-se mover em sentido conveniente a peça ou montante que sustem a luneta, até que se possa distinguir bem claramente um objecto afastado ; dirige-se depois a luneta para o céo, e faz-se mover a ocular sómente até que os fios appa-

reção distinctamente ; e finalmente, move-se de novo o montante a mesma quantidade percorrida pela ocular, mas em sentido inverso.

Se os fios da luneta fossem fixos, far-se-hia mover a ocular para dentro ou para fóra até que elles se achassem no seu fóco ; depois se afastaria ou approximaria delles a objectiva, dando um movimento conveniente á peça na qual está engastada.

Depois de feita esta rectificação, temos de collocar em uma posição horisontal o plano do limbo, assim como o eixo de rotação da luneta (fig. 15), o que se consegue por meio dos niveis de bôlha fixos no limbo movel ou dos *verniers*, usando dos parafuzos para isso collocados na base do instrumento. Além disto é preciso fazer com que o eixo optico da luneta seja perpendicular ao seu eixo de rotação.

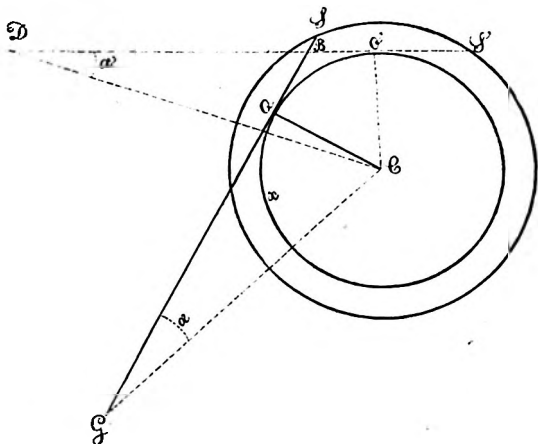
Para estabelecer o perpendicularismo entre o eixo optico e o de rotação, depois de ter collocado o zéro do vernier sobre o zéro do limbo e firmado um sobre outro, faz-se mover o instrumento até que se vize pela intersecção dos fios um objecto bem afastado, porém claro. Suspende-se então a luneta acima das forquetas (fig. 15) em que pousa, e fazendo-a girar 180° sobre o seu eixo colloca-se novamente nas forquetas. Se o objecto que se tinha vizado não apparecer justamente na intersecção dos fios, dá-se com o parafuso de reclamo um movimento lento e delicado sómente ao limbo movel ou dos *verniers*, até que a intersecção dos fios tenha-se projectado sobre o objecto. Terminada esta operação faz-se retrogradar a luneta metade do arco que percorrera, e por meio dos parafusos do reticulo se levarão os fios ao ponto marcado. Virando-se então a luneta sobre o seu eixo optico e tornando a collocal-a na primeira posição, deve apparecer o objecto no ponto de intersecção dos cabellos ; no caso contrario repete-se a operação precedente. Se um dos fios não estiver vertical dá-se-lhe esta posição fazendo girar o annel que os sustém.

A' vista do instrumento facilmente se comprehenderá o modo de rectifical-o e de com elle trabalhar.

Correcção que devem soffrer os angulos observados com o theodolito de Gambey.

Os angulos observados com alguns theodolitos de Gambey, como o da fig. 13, nos quaes a luneta superior está adaptada a um circulo vertical, devem soffrer uma correcção mui importante, devida á excentricidade da luneta.

Designemos por e a distancia $C\,O$, que na fig. 16 representa

Fig. 16.

a distancia do centro da luneta superior ao eixo de rotação do limbo horisontal, ou sua *excentricidade*, por G e D as distancias approximadas do ponto do estação aos objectos da

esquerda e direita; e emfim supponhamos que a posição da luneta superior seja representada pela direcção $S\ G$, na primeira marcação; ella será evidentemente designada por $S'\ D$ na segunda, e terá percorrido sobre o limbo graduado horisontal o arco $OO' = n$.

Isto posto, se designarmos por x o angulo $G\ C\ D$ que se trata de obter em funcção de n, e por α, α', os angulos em G e D, ter-se-ha, para os dous triangulos $G\ A\ C$, $D\ A\ B$:

$$x + \alpha = \alpha' + A\ B\ D\ ;$$

mas este ultimo angulo tem para supplemento $O'\ B\ O$ e por conseguinte $O'\ C\ O$, logo

$$x + \alpha = \alpha' + O'\ C\ O = \alpha' + n\ ;$$

donde se tira:

$$x - n = \alpha' - \alpha.$$

Substituindo os valores de α e α' deduzidos dos triangulos rectangulos $G\ C\ O$ e $D\ C\ O'$, e tomando os arcos pelos senos, tendo-os reduzido a segundos, tira-se:

$$\textit{Correcção da excentricidade} = x - n =$$

$$= \pm \left(\frac{e}{D.\ \text{sen.}\ 1''} - \frac{e}{G.\ \text{sen.}\ 1''} \right)$$

O signal inferior convém ao caso em que a excentricidade for para a esquerda.

Circulo de Reflexão.—Este instrumento é composto de um circulo graduado, sobre o qual se move uma alidade que supporta a luneta $E\ F$, (fig. 17) e o espelho pequeno

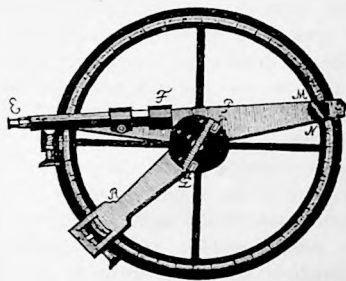
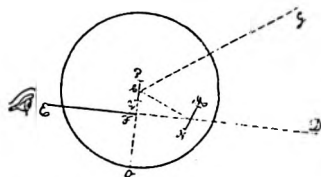



Fig. 17.

$M\ N$; o espelho grande $P\ Q$ está collocado no centro do

instrumento e é fixo á uma segunda alidade movel *R*. Em uma das extremidades da alidade ha um vernier munido do competente parafuso de chamada.

O limbo é dividido em 800 partes ou meios gráos, aos quaes se dá o valor de gráos quando medimos o angulo formado por duas direcções; algumas vezes mesmo, sendo cada parte dividida em duas, essas menores divisões exprimem os meios gráos do angulo observado. Isto posto, se o instrumento fôr dividido da direita para esquerda, querendo trabalhar-se com elle procede-se do modo seguinte: colloca-se o zero do vernier da alidade *R* sobre o zero do limbo, visa-se o objecto da direita com a luneta *E F*, (fig. 18);

Fig. 18.

depois faz-se girar o espelho grande por meio da sua alidade, e move-se mesmo o proprio limbo até ser tal a posição deste espelho grande *P Q*, que elle faça coincidir a segunda reflexão de *G* com o raio *E D* partido directamente do objecto da direita. Fixa-se então ao limbo, por meio de um parafuso de pressão, a luneta que até então estivera independente; dá-se depois um movimento tal a todo o instrumento, que se vize por ella o objecto da esquerda. Conservando ainda os dous espelhos suas posições relativas, necessariamente perceberá o observador, simultaneamente, o ponto *G* e outro ponto, situado na mesma distancia angular para a sua esquerda, que o ponto *D* lhe fica para a direita; desapertando então o parafuso que fixava a alidade ao limbo, póde-se tornar o espelho *PQ* parallelo a *MN*, fazendo-a girar em torno do seu eixo; o zero do vernier exprimirá o angulo entre os dous objectos, não

tendo comtudo percorrido realmente senão o angulo dos dous espelhos. Póde-se então ler o angulo simples, mas como não é este o nosso fim, continua-se o movimento que se imprimio á alidade, até ver-se no espelho *PQ* a segunda reflexão do objecto *D*. A leitura deste arco dará o dobro do angulo formado pelas direcções *CD*, *CG*. Querendo multiplicar as observações, para obter o angulo com mais exactidão, solta-se outra vez a luneta *EF* dirigindo-a de novo sobre *D*, e continua-se como precedentemente.

Este instrumento deve satisfazer ás seguintes condições, para ser empregado com vantagem.

1.ª—Que o eixo da luneta seja parallelo ao plano do limbo.

2.ª—Que os espelhos sejão perpendiculares ao limbo.

Seguindo-se nestas rectificações o mesmo processo empregado para o sextante, que supponho assaz conhecido dos leitores, abstenho-me de repetil-as aqui.

O circulo de reflexão serve tambem para tomar alturas de astros, e é vantajosamente empregado nas observações feitas em terra com o horisonte artificial, quando o astro tem uma altura tal que o dobro della excede os limites do sextante.

Ha ainda um outro circulo de reflexão, cujo limbo não é todo graduado, e que tem um prisma em lugar do espelho pequeno. A construcção deste instrumento é modernissima, e facilita muito o seu uso, porque poupa ao observador o trabalho de rectificar o espelho pequeno.

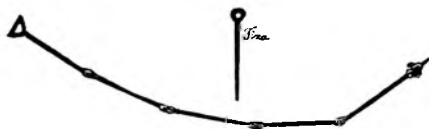
Instrumentos que servem para medir bases nos trabalhos hydrographicos.

Base é uma linha exactamente medida, e dos extremos da qual se póde marcar todos os pontos notaveis que se quer projectar no papel, e cuja união fórma a planta do lugar. Ou ainda, é o lado commum dos triangulos, cujos vertices oppostos determinão os objectos marcados.

Para se levantar uma planta hydrographica qualquer, é pois preciso medir uma base em terra ou no mar. Tratemos

em primeiro lugar das bases medidas em terra e comecemos pela descripção dos instrumentos usados para este fim.

Cadêa graduada. — Este instrumento serve para medir distancias no terreno, e compõe-se de pedaços de ferro ou arame grosso, de $0^m,2$ de comprimento, unidos por anneis, (fig. 19); a cadêa tem ordinariamente vinte metros de

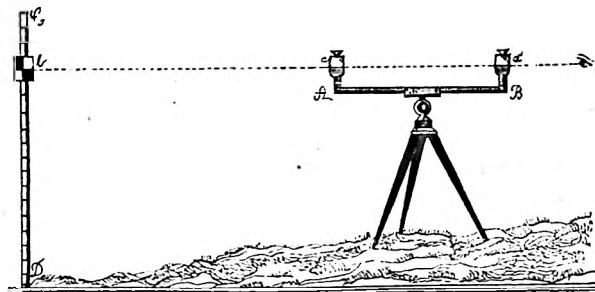
Fig. 19.

longo, e de cinco em cinco divisões ha um annel de latão que indica os metros. Dez pontaletes de ferro, a que se dá o nome de *fixas*, servem para marcar no terreno o numero de veses que a base contém a cadêa. O modo de usar este instrumento é tão simples que desnecessaria torna-se qualquer explicação; sómente diremos que no caso de ser o terreno inclinado é preciso sustel-a na posição horisontal, ou então marcar o angulo que fizer com a linha horisontal, calculando o triangulo rectangulo, ou empregando certas taboas onde se acha a projecção de uma linha, qualquer que seja a sua inclinação.

Stadia. — A stadia é composta de uma *mira* ou regoa graduada, e de uma luneta em cujo fóco ha dous fios collocados horisontalmente; esta luneta fórma um instrumento independente da *mira*. As dimensões da graduação da mira dependem da distancia entre os dous fios, e para gradual-a procede-se do modo seguinte: mede-se com muito cuidado uma base em terreno unido e horisontal, e collocando a luneta, que ordinariamente está adaptada a uma bussola, em um dos extremos da base e a mira no outro, faz-se marcar nella, com traços de tinta, as projecções dos dous fios horisontaes da luneta. Se a distancia medida fôr de 100 metros e as linhas bem marcadas na projecção exacta dos fios,

segue-se que, todas as vezes que os traços da regoa ficarem occultos pelos dous fios, a distancia será a mesma de 100 metros. Se dividirmos esta parte da mira em 20 partes, cada uma dellas valerá 5 metros, que indicaremos na regoa por signaes de convenção. Deve-se ter muito cuidado em não tocar nos fios da luneta, porque o menor desarranjo alteraria consideravelmente a base medida, e seria necessario graduar a regoa de novo. Além deste inconveniente ainda a Stadia está sujeita a outro, que vem a ser, a vista do observador; porque graduando-se a luneta para boa vista, e marcando-se na regoa as projecções dos fios pelos raios visuaes tirados a esses mesmos fios, e observando depois uma pessoa que não tenha a vista tão perfeita, naturalmente mudará a ocular mais para dentro, do que resultará maior angulo vizual e por conseguinte apparecer maior espaço da mira comprehendido entre os fios da luneta.

Para finalisar este capitulo trataremos agóra de dar a descripção e uso dos diversos instrumentos que se empregão nos nivelamentos topographicos.

Nivel d'agua. — Compõe-se este nivel de um tubo de cobre *A B* (fig. 20) recurvado nos dous extremos em angulos

Fig. 20.

rectos, sobre os quaes estão perfeitamente adaptados dous tubos de vidro *a*, *a'*, do mesmo diametro, e que tem o nome

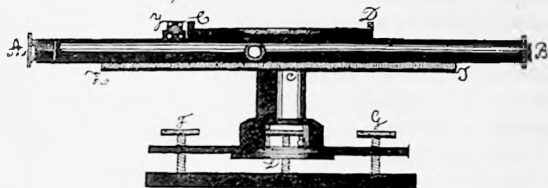
de *sifões*. No meio do tubo *A B*, ha, pela parte inferior, uma peça do mesmo metal, que encaixa n'um peão solidamente unido á tripeça, e póde dar todas as posições ao nivel, de sorte que quando este está montado ficão os sifões no sentido vertical. Collocando-se o nivel em uma estação, põe-se o tubo na direcção do terreno que se quer nivelar, e despeja-se agua em um dos sifões até encher todo o tubo horisontal e subir a $\frac{2}{3}$ da altura dos mesmos. Se os dous sifões tiverem igual diametro, a linha que passar pela superficie da agua nos dous será a linha horisontal.

Para saber a differença de nivel entre dous lugares, estaciona-se em um d'elles com o instrumento, e manda-se collocar no outro uma *mira* graduada *C D*, sobre a qual corre uma chapa de metal *b*, pintada em duas partes, de branco e encarnado, sendo a divisão no sentido horisontal. Um observador deve cuidar em ter esta mira constantemente vertical, emquanto outro, postando-se a alguma distancia do *nivel*, faz signal com a mão para que eleve ou abaixe mais a chapa, até que a linha divisoria corresponda exactamente ao prolongamento da linha tirada pelo olho do observador á superficie da agua nos dous sifões. A differença entre a altura do instrumento e a divisão marcada na regoa, será a quantidade que se deve elevar ou abaixar o terreno para que se torne horisontal.

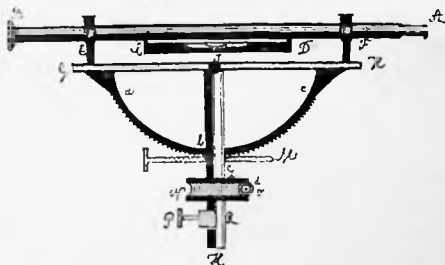
Se os sifões tivessem diametros desiguaes variaria necessariamente a linha de nivel, porque a agua no maior delles ficaria mais baixa, visto apresentar maior superficie á pressão do ar.

Nivel de bôlha de ar.—Este nivel é composto de um plano circular (em cujo centro ha uma pequena agulha magnetica) que se aparafusa a uma peça composta da columna vertical *L c* terminada inferiormente por tres ou quatro chapas com parafusos *E*, *F*, *G*, como mostra a figura 21. Sobre o circulo está solidamente adaptada uma luneta que passa pelo seu centro, e cujo eixo optico é parallelo ao plano do mesmo circulo. A luneta *AB* tem dous fios em cruz na ocular e um

horisontal na objectiva; sobre ella ha dous niveis de bôlha *CD* e Y dispostos em angulo recto, e determinando um plano que deve ser parallelo ao eixo optico da luneta.

Fig. 21.

Querendo usar deste instrumento, colloca-se a luneta *AB* na direcção de dous dos parafusos do pé, e nivela-se tanto um como o outro nivel, pondo as bôlhas de ar entre duas marcas correspondentes da graduação dos seus respectivos tubos. Feito isto manda-se o observador, que está com a *mira* no outro ponto da estação, mover a chapa da mesma até o fio horizontal da luneta projectar-se na sua linha divisoria.

Nivel de bôlha de Chézy.—E' um instrumento composto da luneta *AB*, (*fig.* 22) que tem um nivel de bôlha *CD*

Fig. 22.

fixo pela parte inferior, e descansa sobre as forquetas *E, F* adaptadas á regoa *GH*. Todo este primeiro systema gira em

torno do ponto *I* da haste *IK*. Esta haste compõe-se de 3 partes: a 1ª formada por duas placas parallelas *IQ*, que deixão entre si uma passagem á curva metalica *abc* adaptada á regoa *GH*. Imprime-se o movimento rapido a esta peça, no sentido vertical, tocando-a directamente com a mão, e o lento empregando o parafuso de chamada *LM*, tangente á curva no ponto *b*. A 2ª se compõe do tambor dentado *NO*, no qual um segundo parafuso tangente *d* dá os movimentos doces em sentido horizontal. A 3ª finalmente, é a parte conica *RK* que encaixa no pé e tem a faculdade de girar com todo o apparelho.

Assim pois, para nos servirmos deste instrumento, nivela-se a face superior do tambor *NO* o melhor possivel, á vista; firma-se bem a tripeça, faz-se girar todo o instrumento até que o fio vertical da luneta cubra a regoa da mira, aperta-se o parafuso de pressão *P* que faz parar o instrumento, e dá-se o movimento doce com o parafuso *d*. Move-se depois o plano da curva *abc* no sentido vertical, até que a bôlha de ar do nivel *CD* esteja exactamente entre duas marcas correspondentes do respectivo tubo. Termina-se a operação mandando mover com a chapa da *mira* até ficar a linha divisoria na projecção do fio horisontal.

CAPITULO II.

PRINCIPIOS GERAES DE GEODESIA.

Considerações succintas sobre o levantamento e triangulação geral.

Quando se quer levantar com exactidão a planta de uma costa extensa, é indispensavel cobril-a de uma serie de triangulos, cujo encadeamento forme uma rede continua; para isto nos servimos de signaes e dos pontos notaveis da costa.

Estes triangulos reunem as mais vantajosas condições quando se approximam o mais possivel da forma equilatera. Deste modo os pequenos erros commettidos na medida dos angulos influem mui insignificantemente sobre o comprimento dos lados. Elles devem tambem ligar-se a uma *base* medida com toda a exactidão e augmentar gradualmente á proporção que della se affastam; será bom não empregar com frequencia lados maiores que 25 ou 30,000 metros, por causa da difficuldade em distinguir claramente os signaes collocados

nas extremidades dos mesmos, quando a atmosphera estiver carregada de vapores, como acontece ordinariamente na visinhança de algumas costas. E' preciso que se não admitta, senão em casos mui raros, angulos inferiores a 30° ou superiores a 120° em uma triangulação da primeira ordem, sobretudo se tiverem de ser oppostos á base do triangulo. Concebe-se facilmente que um pequeno erro commettido na medida de cada um dos outros dous angulos dará uma differença na posição do vertice, tanto maior quanto o angulo nesse ponto fôr mais agudo ou mais obtuso.

As considerações analyticas que se seguem vão esclarecer os principios que acabamos de enunciar.

Em um triangulo que tiver A, B, C para angulos, a, b, c, para lados oppostos, ter-se-ha, suppondo que b seja a base conhecida:

$$a = b\,\frac{\text{sen. } A}{\text{sen. } B}, \qquad c = b\,\frac{\text{sen. } C}{\text{sen. } B}$$

Se designarmos por dA, dB, dC os excessos para mais, ou as differenças para menos, dos angulos observados sobre os angulos reaes, differenciando as equações precedentes acharemos para os erros que correspondem aos lados a, c, suppondo $dB = \pm dA$, $dB = \pm dC$:

$$d\,a = b\,d\,A\,\frac{\text{sen.}\frac{(B \mp A)}{2}}{\text{sen. } B}; \quad d\,c = b\,d\,C\,\frac{\text{sen.}\frac{(B \mp C)}{2}}{\text{sen. } B},$$

ou substituindo b por seus valores: $a\,\frac{\text{sen. } B}{\text{sen. } A}$, $c\,\frac{\text{sen. } B}{\text{sen. } C}$;

$$d\,a = a\,d\,A\,\frac{\text{sen. } (B \mp A)}{\text{sen. } A.\,\text{sen. } B}, \quad d\,c = a\,d\,C\,\frac{\text{sen. } (B \mp C)}{\text{sen. } C.\,\text{sen. } B}$$

Isto posto, quando fôr $B=A$ e $B=C$, achar-se-ha, conforme os erros $d\,B$, $d\,A$ e $d\,B$, $d\,C$ forem no mesmo ou em sentido contrario:

$$\left.\begin{matrix} d\,a=0 \\ d\,c=0 \end{matrix}\right\}\text{ou por outra}\left\{\begin{matrix} d\,a=2\,a\,d\,A.\ cotg.\ A. \\ d\,c=2\,a\,d\,C.\ cotg.\ C. \end{matrix}\right.$$

No primeiro caso conhece-se exactamente pelo calculo o

valor dos lados a, c, ainda que se tenha partido de dados pouco exactos; no segundo, as hypotheses $B = A$, $B = C$, tornam em minimum cada um dos factores $\frac{\text{sen.}\ (B + A)}{\text{sen.}\ A.\ \text{sen.}\ B}$, $\frac{\text{sen.}\ (B+C)}{\text{sen.}\ C.\ \text{sen.}\ B}$, que, em consequencia das equações sen. $(a+b)+$ $+$ sen $(a-b)=2$ sen. a. cos. b, & e em virtude das relações $B+A=180^{\circ}-C$, $B+C=180^{\circ}-A$, são iguaes a

$$\frac{2\ \text{sen.}\ C}{\text{cos.}\ (A-B)+\text{cos.}\ C},\ \frac{2\ \text{sen.}\ A}{\text{cos.}\ (C-B)+\text{cos.}\ A}$$

Convém pois, para enfraquecer os erros sobre o comprimento dos lados, que o triangulo seja equilatero, mas como esta condição é quasi sempre impossivel de preencher, contentamo-nos em satisfazer aquella que já indicamos.

Depois de estar estabelecido o contorno geral dos triangulos principaes, ao longo da costa que se quer levantar, a elles se une por triangulos secundarios e terciarios todos os objectos notaveis que ella apresenta, como campanarios, moinhos de vento, pharóes, torres, etc. A estes se ligam os pequenos signaes que se tiver feito collocar sobre as rochas ou ilhotes principaes, e ao longo da costa, na distancia media de 1,200 a 1,500 metros uns dos outros, segundo as localidades.

Devem ser dispostos estes ultimos de modo a que possam ser percebidos, tanto do mar como dos pontos da triangulação principal ou secundaria, que poderem formar com elles triangulos convenientes.

Ter-se-ha deste modo o meio de determinar pelo calculo as posições de uma multidão de pontos proximos, sobre os quaes se apoiarão com segurança as operações relativas á topographia e á hydrographia.

Será util, antes de collocar todos esses signaes, fazer um reconhecimento do terreno sobre o qual deve estender-se a rede que se quer formar. Para isso subiremos aos edificios mais elevados, ou aos pontos mais culminantes do terreno, donde se levantará grosseiramente, com um pequeno theodolito, ou simplesmente com um circulo de reflexão, os

pontos que parecerem convenientemente dispostos a preencher o fim a que nos propomos; passando depois estas marcações para a carta do paiz, ou usando d'ellas para construir um borrão ou esboço, saber-se-ha quaes são os pontos visiveis um do outro, quaes os edificios em que se póde estacionar, e quaes os lugares da costa ou interior, onde é necessario collocar signaes. Deve-se tambem marcar as summidades interiores que se tornem mais notaveis do mar; nellas se levantarão signaes, se fôr preciso, e serão tambem ligadas á triangulação principal ou secundaria.

Este trabalho preliminar, para execução do qual só se póde dar idéas geraes, será de grande utilidade para abreviar o trabalho final da triangulação.

Da medição das bases.

A base, da qual se parte para calcular todos os lados dos triangulos, exige muita precisão em sua medida. Com effeito, se b fôr seu valor exacto, e $d\,b$ o erro devido ao processo com o qual se obteve o seu comprimento, ter-se-ha para o erro dos lados a, c aos quaes elle tambem affecta:

$$d\,a = d\,b\,\frac{\text{sen. } A}{\text{sen. } B}, \qquad d\,c = d\,b\,\frac{\text{sen. } C}{\text{sen. } B}$$

Na hypothese de que nenhum angulo seja inferior a 30°, cada uma destas quantidades será maior do que a unidade; porque supponde $B = 30°$, ter-se-ha $A + C = 150°$ e por conseguinte A ou $C = 75°$, valor médio, logo

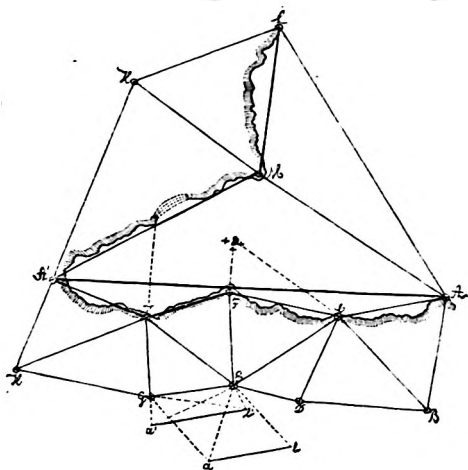
$$\frac{\text{sen. } A}{\text{sen. } B} = \frac{\text{sen. } 75°}{\text{sen. } 30°} = 1 + \ldots\ldots$$

Assim, quanto menor fôr a base em relação aos lados, tanto maior será o erro correspondente sobre o que lhe é proprio.

Se notarmos mais que o seno de 75° se approxima do raio, e seno de $30° = \frac{1}{2}$, vê-se que teremos pouco mais ou menos $d\,a$ ou $d\,c = 2\,d\,b$. O erro dos lados póde pois tornar-se duplo em relação do da base, quando mesmo o angulo que

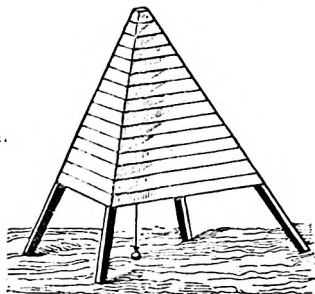
lhe é opposto se ache encerrado nos limites já determinados; portanto é de grande importancia que o erro da base seja o menor possivel, se não nos quizermos expôr a ter valores inexactos para os comprimentos dos ultimos lados da triangulada.

Resulta do que temos dito a respeito dos angulos de um triangulo, que uma base *a b*, por exemplo, para reunir as condições mais vantajosas deve ligar-se a um dos lados *G E* da triangulada, por triangulos equilateros *a E b*, *b G E*,

Fig 23.

(fig. 23); mas, como as localidades se oppõe quasi sempre a que se possa fazer uma tal liga, contentamo-nos em formar triangulos *b' a' E*, *a' b' G* approximadamente isósceles, e toma-se para valor do lado *G E* a média dos resultados fornecidos pela resolução dos triangulos *a' E G*, *G b' E*.

Quando se tiver escolhido, para medir uma base, um terreno unido e proximamente horisontal, donde se possa

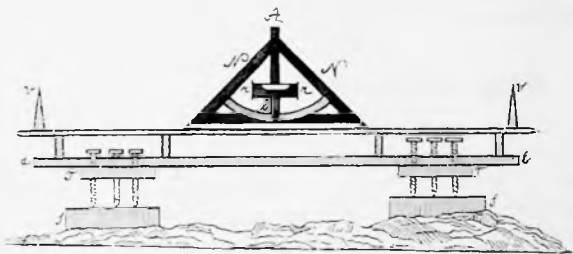
perceber um dos lados da rede de triangulos, começa-se por estabelecer em uma de suas extremidades uma piramide regular de cerca de seis metros de altura, e marca-se sobre uma placa de metal, que se fixa no terreno, o ponto onde se projecta a vertical abaixada do seu vertice; dispõe-se depois em linha recta uma serie de balisas, na distancia de 150 a 200 metros umas das outras. Para alinha-las com toda a exactidão, colloca-se no centro da piramide (fig. 24) um theo-

Fig. 24.

dolito e dirige-se a sua luneta sobre uma balisa fincada na outra extremidade da base que se quer medir; as outras intermedias são collocadas de modo a ficarem cortadas em duas partes iguaes pelo fio vertical da luneta.

Para medir a extensão assim balisada, usa-se de regoas de metal ou de madeira. Estas ultimas são ordinariamente de pinho, mas deve-se antes ter o cuidado de mergulha-las bem em oleo a ferver, cobrindo-as depois com verniz espesso, afim de preserva-las da humidade. Suas extremidades são guarnecidas de ferro; além disto ellas são dispostas em losango (fig. 25) afim de não poderem dilatar-se.

Fig. 25.

Estas regoas de madeira têm a vantagem de não se resentirem dos effeitos do calor, porque a dilatação parece que só actua no seu sentido transversal. Não acontece o mesmo quando empregamos regoas de metal, pois tem-se de collocar junto dellas thermometros destinados a fazerem conhecer sua temperatura, e com este dado calcular-se os seus comprimentos no momento das observações. Tem estas regoas ordinariamente tres a quatro metros de comprimento e são solidamente fixas sobre um madeiro bem plano *a b* (fig. 26).

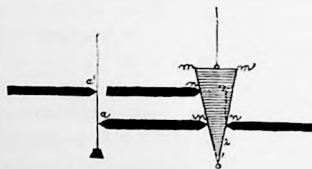
Fig. 26.

Esta peça de madeira descansa sobre tripeças *T*, *T* munidas de parafusos com os quaes se póde facilmente dar a cada uma dellas a posição horisontal; os parafusos pousam sobre barrotes ou cavalletes de madeira, de um metro de altura, construidos de proposito, e que se transporta com o instrumento de uma a outra estação.

E' bom ter-se sempre tres destas regoas, porque então quando se passa para diante a que estava em primeiro lugar, tem-se mais facilidade em colloca-la na direcção das outras duas. Para dispo-las convenientemente transporta-se o theodolito para junto dellas, porque assim a pessoa que observa com a luneta póde com mais facilidade fazer os signaes convenientes á que está encarregada de colloca-las; é mais commodo porém, em vez do theodolito, servir-se o observador

das pinulas ordinariamente fixas nas extremidades das mesmas regoas. Depois de estarem perfeitamente alinhadas e ao abrigo da acção directa dos raios solares (assim como os seus thermometros) dá-se-lhes a posição horisontal com os parafusos das tripeças. Para ter-se certeza de que esta condição está preenchida usa-se de um nivel a perpendiculo N (fig. 26) que se colloca successivamente sobre cada uma dellas. Este instrumento é construido de modo tal que sua alidade A l marque zero, e a bôlha de ar do nivel que lhe está adaptado fique entre as marcas traçadas no vidro, quando as duas pernas do instrumento pousarem sobre uma superficie perfeitamente horisontal.

Medida do pequeno intervallo que separa as regoas.

Como, fazendo coincidir as extremidades das regoas, poder-se-hia occasionar um ligeiro recúo em alguma dellas, e portanto introduzir erros notaveis na medida da base, por isso deixa-se entre ellas um intervallo de alguns millimetros, que se mede depois introduzindo nesse intervallo uma lamina triangular, de ferro ou cobre, segura por um fio (fig. 27).

Fig. 27.

Seja l o numero de millimetros contidos no lado superior $m\,m$, m os millimetros que encerra sua arêsta principal $o\,m$; se n representar o numero da divisão $0,1,2,\ldots\ldots n\ldots\ldots m$, onde pára esta lamina quando a introduzimos entre duas

regoas cujas extremidades *n*, *n*, estejam em um mesmo plano horisontal, é evidente que o pequeno intervallo *n n* que as separa, será expresso em millimetros, por:

$$n\ n = \frac{n\ m \times o\ n}{o\ m} = \frac{l}{m}\ n.$$

Se estes dous pontos não correspondessem á mesma divisão, e um estivesse em *n'*, por exemplo, então o intervallo das duas regoas seria representado por

$$n'\ n' = \frac{l}{m}\left(\frac{n+n'}{2}\right)$$

No caso em que fôr $l=5$ millimetros e $m=100$ millimetros, cada intervallo *n n* terá para valor, em millimetros, a vigesima parte do numero da divisão correspondente.

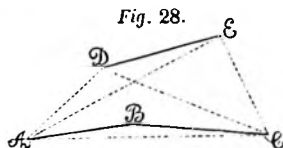
Se o terreno fôr cheio de ondulações que não permittam collocar as regoas *a*, *a'* approximadamente no mesmo plano horisontal, não se poderá empregar o processo anterior para medir as distancias comprehendidas entre os extremos correspondentes; será preciso dispol-as então uma abaixo da outra, pondo na mesma vertical os seus extremos contiguos por meio de um fio á prumo; toma-se a precaução de fazer mergulhar o prumo em um cópo com agua, afim de evitar ao fio toda a oscillação occasionada pelo vento. Ajuntar-se-ha depois ao comprimento da base tantos diametros do fio do prumo, quantas vezes se tiver usado delle.

Para determinar o ultimo ponto que indica a medição exacta do dia, faz-se descer da extremidade da ultima regoa um fio com prumo, cujo vertice seja uma agulha, e no ponto em que esta agulha toca o terreno finca-se um prego de cobre que tenha a cabeça chata, e sobre ella marca-se com um punção o ponto que designa a vertical. No seguinte dia continua-se a operação, começando por collocar a extremidade da primeira régoa na vertical que passa por aquelle ponto. Chegando ao termo da base indica-se sobre a cabeça de um novo prego, o ponto a que corresponde a extremidade da ultima regoa; depois erige-se ahi uma nova piramide regular, cujo vertice

deve passar pela vertical do ponto em que se terminou o delicado trabalho da medição da base. Estas são as precauções minuciosas que o barão de Zach recommenda; para se poder contar com resultados satisfactorios

Base quebrada.

O terreno nem sempre permitte que se obtenha directamente a distancia entre as duas extremidades de uma base $A\ C$ (fig. 28); mede-se então os dous lados $A\ B$, $B\ C$ da linha

Fig. 28.

quebrada $A\ B\ C$, que se traçou sobre o terreno, e observa-se com todo o cuidado o angulo B, sempre muito obtuso. Isto feito, para calcular $A\ C = b$, trata-se como rectilineo o triangulo espherico $A\ B\ C$, depois de ter subtrahido do angulo B o terço de seu excesso espherico, se fôr apreciavel; tem-se então, pondo $B = 180^o - \alpha$, e notando que α representa minutos sómente:

$$(1) \quad b^2 = a^2 + c^2 + 2\, ac.\, cos.\, \alpha = (a+c)^2 - a\, c\, \alpha^2$$

Extrahindo a raiz quadrada e multiplicando pelo *seno* 1' o arco α que é dado em minutos, tira-se, para exprimil-o em partes do raio:

$$b = (a+c) - \frac{a\, c\, (\alpha\ sen.\ 1')^2}{2\,(a+c)}$$

Póde acontecer tambem que as extremidades da base não sejam visiveis uma da outra; então um lado $D\ E$ da cadêa de triangulos, das extremidades do qual observou-se os angulos

A D C, *A E C*, não poderá calcular-se com $A\,C = b$, senão depois de conhecer-se os dous angulos agudos A, C do triangulo $A\,B\,C$.

Ora, nas formulas trigonometricas e logarithmicas tem-se:

$$\text{arco}\,A = \text{sen.}\,A + \frac{1}{6}\text{sen.}^3 A\,.\,.\,.\,.\,.\,;$$

$$\text{seno}\,A = \frac{a}{b}\,\text{sen.}\,\alpha = \frac{a\,\alpha}{b}\left(1 - \frac{\alpha^2}{6}\right);$$

ou, substituindo por b seu valor deduzido da equação (1)

$$\text{seno}\,A = \frac{a\,\alpha}{a+c}\left(1 + \frac{\alpha^2\,(a\,c - a^2 - c^2)}{6\,(a+c)^2}\right)$$

Se introduzir-se esta quantidade no valor do arco A, e mudar-se A e α em A sen. 1',α sen. 1', ter-se-ha para valor do angulo procurado, em minutos:

$$A = \frac{a\,\alpha}{a+c} + \frac{a\,c\,(a-c)\,\alpha^3\,\text{sen.}^2\,1'}{6\,(a+e)^3};$$

o valor do angulo C será expresso por

$$C = \frac{c\,\alpha}{c+a} + \frac{c\,a\,(c-a)\,\alpha^3\,\text{sen.}^2\,1'}{6\,(c+a)^3}.$$

Medida da inclinação das régoas.

Em vez de corrigir o erro de horizontalidade das regoas, o que é sempre mui longo, prefere-se avaliar a sua inclinação, que nunca excede a 2 ou 3 gráos, e calcular depois sua projecção horizontal. Para achar o elemento necessario a esta reducção, colloca-se sobre a régoa o nivel a perpendiculo e movendo com sua alidade põe-se a bôlha de ar do nivel *r r* (fig. 26) nas respectivas marcas; depois nota-se a qual das divisões do limbo ella corresponde e vira-se o instrumento de modo a collocar as pernas, uma no logar da outra, pondo no-

vamente a alidade vertical; a media dos resultados obtidos nestas duas observações será a medida da inclinação procurada.

Se designarmos pois por i o numero de minutos que ella encerra, por l o comprimento da régoa e por l_1 o comprimento de sua projecção horizontal, ter-se-ha,

$$l_1 = l.\ cos.\ i = l\left(1 - 2\ \text{sen.}^2 \frac{1}{2} i\right) = l\left(1 - 2\left(\frac{i}{2}\right)^2\right)$$

por causa da pequenhez do angulo i.

D'ahi se tira, para valor da correcção, ou para a quantidade a subtrahir do comprimento obtido com a régoa l:

$$l - l_1 = d\ l = -\frac{\text{sen.}^2\ 1'}{2}\ i^2\ l$$

A differença de nivel $d\ n$ das duas extremidades será dada pela equação:

$$d\ n = \text{seno}\ 1'\ i\ l$$

Medida da dilatação das régoas.

O calor faz variar o comprimento das régoas de metal; por conseguinte se a base fôr medida com régoas desta natureza, em uma temperatura differente daquella em que foram aferidas, os resultados obtidos serão maiores ou menores do que devem realmente ser; é preciso, pois, procurar os meios de corrigi-los.

Seja α a dilatação linear da unidade de extensão do metal, ou em outros termos, a quantidade de que se augmenta esta unidade para uma mudança de 1º do thermometro centigrado; sobre uma régoa que contenha l destas unidades, a dilatação linear será $\alpha\ l$; por conseguinte se o artista que a construio achou na occasião de aferi-la, que o seu comprimento era l na temperatura t, elle será na temperatura T expresso por

$$L = l + \alpha\ l\ (T - t) = l\ (1 + \alpha\ (T - t).)$$

Assim, notando a temperatura de cada régoa durante todo o tempo que dura a medição da base, teremos os elementos necessarios para calcular o comprimento real do espaço medido com cada uma dellas; além disso suppomos conhecer sua relação exacta com a unidade de medida e com a dilatação linear do seu metal.

Esta dilatação é de
- 0,0000188 = α para o latão.
- 0,0000122 = α para o ferro batido.
- 0,0000108 = α para o aço não temper.

Segue-se disto que uma régoa de ferro de dous metros de comprimento em 10° de temperatura, tornar-se-hia, na temperatura de 28°:

$$L = 2^{m}\,(1 + 0{,}0000122 \times 18) = 2^{m}{,}0002196.$$

Se, na mesma temperatura de 28°, uma base contivesse 1.000 vezes esta régoa, seu comprimento real seria:

$$1.000\ L = 2.000^{m}{,}2196.$$

Podemos sempre contentar-nos em tomar para temperatura das tres régoas, cuja união chama-se uma *tirada*, a média das que forem indicadas pelos tres thermometros; a correcção a fazer em cada tirada, será então de

$$\alpha\ (l + l' + l'')\ \left(\frac{T + T' + T''}{3} - t\right)$$

e será positiva ou negativa, conforme o signal do ultimo factor.

Reducção da base medida ao nivel médio do mar.

Se h' designar a altura de uma das extremidades da base ácima das aguas do mar, a altura da outra será:

$$h' \pm d\ N$$

(sendo $d\ N$ igual á somma algebrica dos $d\ n = \text{sen. } 1'\ i\ l$);

A altura do meio da base, ou do sólo médio sobre o qual ella repousa, será então $h' \pm \frac{d\,N}{2} = h$, o poder-se-ha considerar a serie de tangentes formadas pelas régoas unidas e postas horisontalmente, como confundindo-se rigorosamente com o arco terrestre que passa por este ponto.

Isto posto, para obter a projecção deste arco $A\,C\,B = B$ sobre a superficie das aguas, que se suppõe espherica e prolongada sob o continente, bastará conduzir as verticaes AO, BO (fig. 29) por suas extremidades, e calcular o arco que

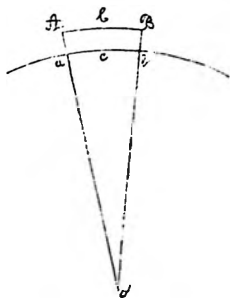



Fig. 29.

ellas comprehendem ; achar-se-ha então que o valor da base reduzida $a\,c\,b = b$, chamando R o raio da esphera, será expresso por

$$b = \frac{B\,R}{R + h},$$

ou ainda, desenvolvendo-a e limitando-nos á primeira potencia de $\frac{h}{R}$, o que é sempre sufficiente, á vista da pequenhez de h comparativamente a R,

$$b = B\left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

E' preciso portanto subtrahir da base medida a quantidade $\frac{B\,h}{R}$ para reduzil-a ao nivel do mar.

Toma-se para comprimento de R o comprimento da grande normal ρ' á latitude do meio da base, e procura-se a altura h' pelo nivelamento geodesico ou pelo barometrico.

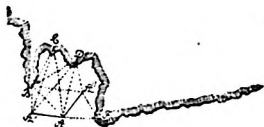
Quanto ao nivel absoluto do qual se parte, escolhe-se aquelle que fica na média entre duas prêamares consecutivas e a baixa-mar intermediaria.

Pelo processo que acabamos de indicar, gastar-se-ha pelo menos vinte dias em medir uma base de 5.000 mètros, e apezar de todas as precauções que se tiver tomado não poderemos afiançar o seu comprimento com differença menor de um mètro; deve-se comtudo consideral-a como muito boa, sobretudo se ella não fôr destinada senão á construcção de uma carta.

Na maior parte dos levantamentos de plantas hydrographicas, que não abrangem uma mui grande extensão da costa, podemo-nos servir simplesmente de uma boa cadeia de 20 metros de comprimento. Sobre uma extensão de 5.000 metros não se terá commettido erro maior de 2 ou 3 metros, comtanto porém que se tenha tido muito cuidado em estical-a e em não afastal-a da linha horisontal.

Quando se tiver de levantar promptamente a planta de uma bahia ou porto, poder-se-ha tomar a altura da mastreação do navio acima do nivel d'agua, para determinar trigonometricamente a distancia delle á terra, uma vez que seja impossivel medir-se uma base em terra; se o navio estiver fundeado a uma distancia da costa menor de 3,000 metros, poder-se-ha obter resultados sufficientes para um simples reconhecimento.

O navio estando amarrado em A (fig. 30) proximo ao

Fig. 30.

centro da bahia, começar-se-ha por fazer um figurado da

costa e determinar o azimuth astronomico (Navegação) do objecto mais notavel *B*; medir-se-ha depois com um circulo de reflexão os angulos *BAC*, *BAD*..... comprehendidos entre elle e os pontos *C*, *D*...... Esta primeira operação terminada, ir-se-ha fundear um escaler em um ponto *A'*, que se escolherá de modo a que as rectas *A'B*, *A'C*, *A'D*.... cortem sob angulos convenientes as primeiras marcações feitas de bordo do navio; neste ponto *A'* medir-se-ha além disso o angulo sob o qual se observa a mastreação, e no mesmo instante far-se-ha tomar por uma pessoa de bordo o angulo *BAA'*; emfim transportar-nos-hemos a um outro ponto *A"* onde se recomeçarão operações semelhantes.

Os arcos subtendidos pela mastreação farão conhecer, como se verá, as distancias dos pontos de estação *A'*, *A"* ao navio, e as marcações *BAA'*, *BAA"* acabarão de determinal-as completamente. Poder-se-ha pois, com estas bases e os angulos observados, collocar graphicamente sobre um plano de construcção os pontos notaveis da costa, e usar delles depois como signaes para sondar.

Se se tivesse a possibilidade de desembarcar em *B* (fig. 30), verificar-se-hia pela medida dos angulos *ABC*, *ABD*... as posições obtidas com os elementos acima; poder-se-hia mesmo calculal-as por meio da distancia *AB*, para valor da qual se tomaria o resultado fornecido pelos dous triangulos *AA'B*, *AA"B*, em cada um dos quaes se conhece os angulos adjacentes á base.

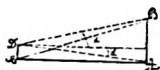
Em vez de determinar pontos em terra para a elles sujeitar o trabalho hydrographico, poder-se-hia ainda fazer marcar o navio de cada uma das estações e medir a altura angular da sua mastreação.

Este modo de proceder para levantar uma planta nunca é muito exacto, porque será mui raro encontrar o mastro vertical no momento da observação, e não se poderá garantir um erro menor de um minuto nas medidas angulares da mastreação; ora, em uma distancia de 3.000 métros este erro de um minuto produzirá 65 métros de mais ou de menos, na distancia.

Convém pois que não se recorra a este meio senão quando se fôr forçado, e que nunca se tenha de trabalhar em um raio maior de 3.000 mètros: se quizermos continuar o trabalho além deste limite, será preciso mudar o navio de ancoradouro.

Vejamos agora como se póde determinar a distancia a que nos achamos do navio, conhecendo sómente a altura da sua mastreação e o angulo por ella comprehendido.

Seja $CD=e$ a elevação do olho do observador ácima do nivel do mar, (*fig.* 31), $AB=h$ a altura do tópe do mastro grande

Fig. 31.

ácima deste mesmo nivel, e angulo $ADB=\delta=d+d'$ o arco que elle abrange na distancia $AC=x$, ter-se-ha:

$$\text{tang.}\ d=\frac{h-e}{x}, \qquad \text{tang.}\ d'=\frac{e}{x},$$

e por conseguinte,

$$\text{tang.}\ \delta=\text{tang.}\ (d+d')=\frac{hx}{x^2-e\,(h-e)}.$$

Se, depois de resolvida esta equação desprezar-se sua segunda raiz, que é estranha á nossa questão, e no desenvolvimento do radical pararmos no segundo termo, que é sempre mui pequeno, acharemos:

$$x=\frac{h}{\text{tang.}\,\delta}+\frac{e\ (h-e)}{\left(\dfrac{h}{\text{tang.}\,\delta}\right)}$$

Como em um escaler nunca estamos a mais de $1^m,7$ ácima do nivel d'agua, porisso póde-se desprezar o segundo termo desta formula, e conseguintemente o valor de x se reduzirá a:

$$x=\frac{h}{\text{tang.}\,\delta}$$

como se o angulo δ pertencesse ao triangulo rectangulo BAC.

Se pudessemos contar com a exacta determinação deste angulo, deveriamos em rigor prestar muita attenção ao termo

$$\frac{e\ (h-e)}{\left(\frac{h}{\text{tang. } \delta}\right)}$$

que póde ser positivo, nullo ou negativo, no caso de ter-se observado a altura angular da mastreação de um ponto mui elevado ácima do nivel da agua; mas seria preciso então medir ao mesmo tempo com muita precisão a depressão apparente do horisonte, para, por meio da Taboa I, concluir della a altura absoluta e do olho, no momento da observação.

Por exemplo, para

$$h=40^{m},\ \text{Dep. app.}=0^{o}\ 17'\ 43'',\ \text{e}\ \delta=2^{o}\ 16'\ 37''$$

ter-se-hia

$$e=100^{m},\ \frac{h}{\text{tang. } \delta}=1.006^{m},\ \frac{e\ (h-e)}{\left(\frac{h}{\text{tang. } \delta}\right)}=-5^{m},96$$

e por consequencia

$$x=1.000^{m},04$$

Assim, o erro que se commetteria desprezando o segundo termo, seria sempre inferior ao que resultasse da observação do angulo δ.

Quando as localidades ou outras circumstancias não permittirem medir-se directamente o espaço que separa as duas extremidades de uma base, recorrer-se-ha ás observações astronomicas, ou á velocidade da propagação do son; mas então será preciso escolher para extremos da base dous pontos distantes entre si cerca de 30.000 metros, afim de que o erro devido ás observações não seja mais do que uma fracção mui diminuta da sua distancia verdadeira.

Sobre este methodo de calcular uma distancia por meio da velocidade da propagação do son, daremos apenas uma idéa mui succinta.

Eis-ahi em resumo o que diz Mr. Chazallon sobre a materia.

Dous observadores, cada um dos quaes estará munido com

um thermometro, um hygrometro e um regulador ou chronometro, postam-se em cada uma das extremidades da base, e alli fazem disparar muitos tiros de peça com intervallos certos.

Cada um observa por sua parte o estado do hygrometro e do thermometro, e nota sobretudo com muita precisão, a cada tiro dado no outro extremo, o numero de segundos decorridos entre o instante em que o clarão lhe fére a vista, e o momento preciso em que a primeira sensação do estampido chega aos seus ouvidos. Este espaço de tempo não será o mesmo para ambos; o observador de sotavento medirá um intervallo menor do que o de barlavento.

Os resultados medios fornecidos por estas observações farão conhecer a velocidade do son e o comprimento da base, substituindo-os nas duas equações seguintes:

$$V = 341^{m},3 + 0^{m},6058\left(\frac{\theta+\theta'}{2} - 15^{\circ}\right) + 0,085\left(\frac{f+f'}{2}\right)$$

$$B = V\left(\frac{T+T'}{2}\right)$$

T e T' indicam, para cada observador. o numero medio de segundos que o son gastou até chegar a elle;

θ e θ' representam em gráos centigrados, a media das temperaturas indicadas pelo thermometro de cada estação. Suppõe-se cada uma dessas quantidades inferior a 35°;

f e f', emfim, exprimem em millimetros para cada estação, a medida média da tensão do vapor d'agua contido no ar; supposta sempre inferior a 35 millimetros.

A Taboa II, faz conhecer immediatamente a grandeza dessas quantidades correspondentes a um numero de gráos dado no hygrometro á condensação.

Quando se empregar o hygrometro de cabello, sobre a exactidão do qual não se deverá ter muita confiança, será preciso recorrer ás outras duas taboas, para as quaes temos $f = y F$. Estas taboas estão logo abaixo da precedente e na mesma pagina.

Tomar-se-ha em uma o valor de y, correspondente á media dos grãos que tiver marcado o hygrometro, e na outra o valor de F relativo á temperatura media da estação em que elle está collocado.

Se, por exemplo, tiver-se achado no termo A da base,

$$T=34'',60,\ \theta=10^o,5,\ \textit{hygrom. de cabello} = 64^o;$$

e no outro extremo B,

$$T'=35'',50,\ \theta'=12^o,0,\ \textit{hygrom. á cabello} = 60^o;$$

ter-se-ha primeiramente :

$$\frac{T+T'}{2}=35'',05,\quad \frac{\theta+\theta'}{2}=11^o,25$$

As taboas relativas ao hygrometro de cabello darão depois,

para 64^o................ $y=0,49$,
e para $\theta=10^o,5$.......... $F=9,85$;

donde se deduzirá

$$f=y\ F=4,81.$$

Ter-se-ha do mesmo modo :

$$f'=y'\ F'=4,79:$$

assim,

$$\frac{f+f'}{2}=4,80;$$

logo,

$$V=341^m,3+0^m,6058\,(-3,75)+0^m,085\times4,80=339^m,44,$$

e ainda

$$B=339^m,44\times35,05=11897^m,37$$

As melhores observações poderão dar um erro de 222 metros sobre 20,400 metros, isto é, cerca de 11 millimetros por metro ; o erro será tanto mais consideravel quanto menor fôr a distancia.

Quando não se poder dar tiros de peça senão em uma

das extremidades da base, será preciso, se o ar não estiver em perfeita quietação, entrar em calculo com a velocidade do vento e sua direcção; se designarmos por ω e α essas duas quantidades, deveremos augmentar o valor de V com ω cos. α; elle se tornará então:

$$V = 341^m,3 + 0^m,6058\left(\frac{\theta + \theta'}{2} - 15^o\right) +$$

$$+ 0^m,085\left(\frac{f + f'}{2}\right) + \omega \text{ cos. } \alpha;$$

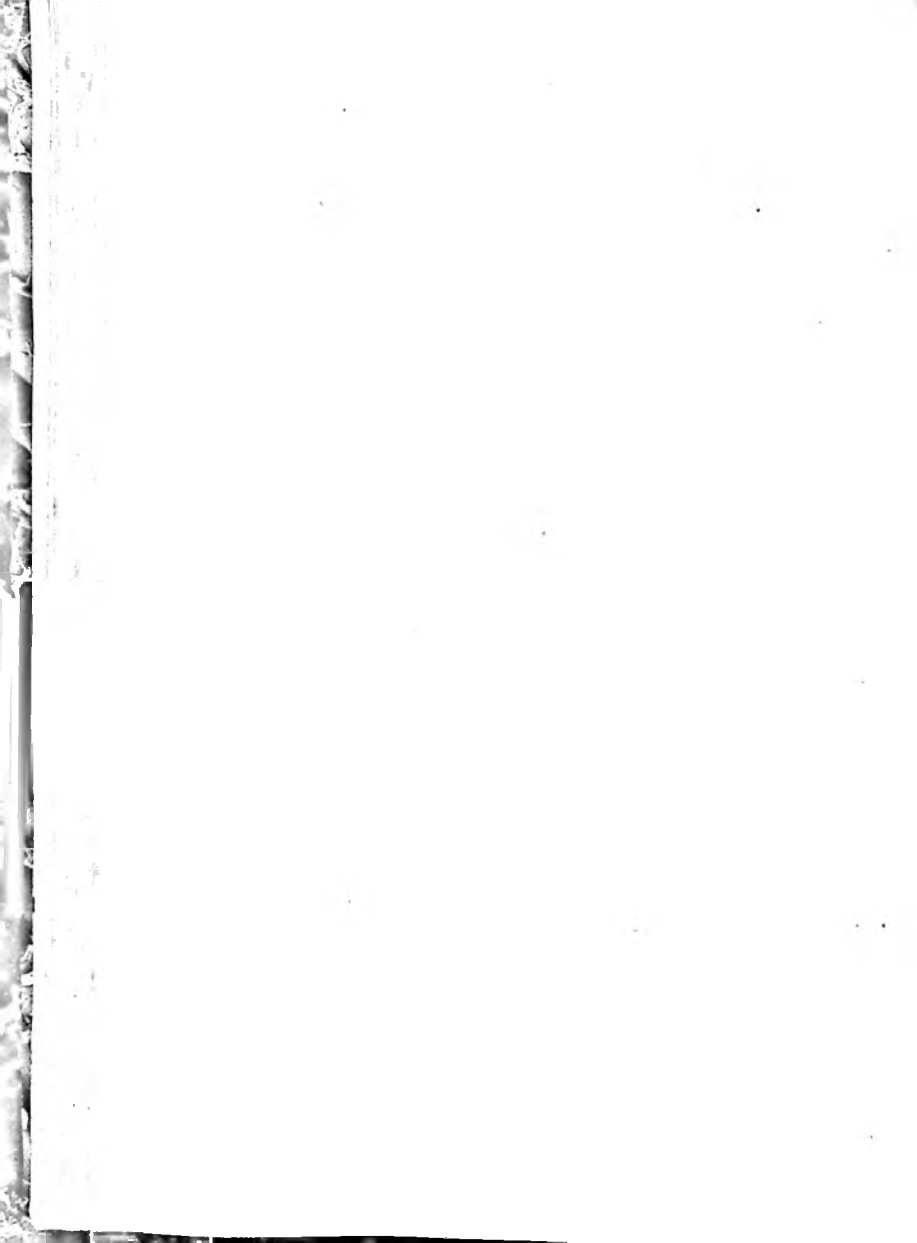
e portanto

$$D' = (V + \omega \text{ cos. } \alpha)\ T$$

O signal deste ultimo termo depende da grandeza do angulo α que se conta sempre de 0° a 360°, e da esquerda para a direita a partir da base.

Se no exemplo precedente, em vez de responder aos tiros de peça disparados de B, se houvesse medido em A a velocidade do vento $\omega = 4^m,68$, sua direcção $\alpha = 160^o$, e se tivesse achado para o tempo da propagação do son de B a A, $T = 35'',51$, achar-se-hia em identicas circumstancias

$$D' = (339^m,44 - 4^m,68 \text{ sen. } 70^o) \times 35,51 = 11896^m,70$$

Para proceder-se com todo o cuidado possivel no genero de operações que nos occupa, será preciso que ellas sejam reciprocas, porque então a semi-somma das velocidades observadas dará a que teria lugar em occasião de calma. De cada estação se disparará ao menos cinco ou seis tiros de peça, que se cruzarão de cinco em cinco minutos.

CAPITULO III.

MARÉS.

A superficie do mar está sujeita a oscillações regulares e periodicas que constituem o phenomeno das marés, e são produzidas pela acção das forças attractivas do sol e da lua. O esforço unico que resulta destas duas attracções varia em um mesmo lugar, com as posições que os dous astros cada dia occupam successivamente em referencia ao meridiano desse lugar.

Tem-se observado que o mar sóbe pelo espaço de 6 horas, pouco mais ou menos, e a esta elevação se chama *fluxo*; depois desce durante outras 6 horas e a este decrescimento se deu o nome de *refluxo*; ha portanto duas vezes fluxo e duas refluxo, em cada dia. Diz-se que e preamar quando o fluxo attinge á sua maior altura, e baixa-mar quando o refluxo chega ao mais baixo nivel.

Vejámos agora o que diz Mr. Delaunay, sobre as causas que determinam o phenomeno das marés.

A theoria da gravitação universal faz-nos conhecer a causa deste phenomeno, e permitte-nos explicar com facilidade suas diversas circumstancias.

Suppondo um prumo suspenso á extremidade de um fio, a direcção deste fio será, em qualquer ponto do globo, a resultante da attracção total da terra sobre o prumo e da

força centrifuga desenvolvida sobre este corpo pela rotação da terra em torno do seu eixo. Se estas duas forças fossem as unicas que actuassem realmente sobre um fio a prumo, sua direcção seria sempre a mesma em referencia á superficie da terra. Mas o sol e a lua, exercendo sua attracção sobre o corpo suspenso á extremidade do fio, dão a este uma direcção differente daquella que elle tomaria se não fosse a acção destes astros; e como as posições do sol e da lua variam continuamente no espaço de cada dia, em referencia a um mesmo lugar, dahi resulta que a desviação por elles occasionada no fio a prumo muda de grandeza a todo o instante, e tem lugar, ora n'um sentido, ora n'outro: em resumo, a acção do sol e da lua sobre o fio a prumo fal-o oscillar continuamente para um e outro lado da posição invariavel que elle necessariamente tomaria se estivesse unicamente sujeito á attracção da terra e á força centrifuga. O calculo mostra que o maior angulo formado por duas posições do fio nessas oscillações não chega a mais que uma pequena fracção de segundo; este angulo é pois tão insignificante que a desviação do fio não poderá ser percebida por mais cuidado que se tenha em observal-a.

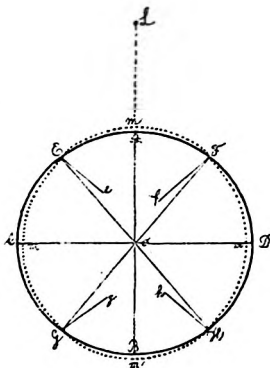
Além do fio a prumo ha ainda outros instrumentos, taes como o nivel de bôlha e o nivel de agua, que nos poderiam dar a conhecer a desviação ou mudança de direcção da vertical; mas a estrema pequenhez da desviação total do fio a prumo, devida á acção combinada do sol e da lua, não permitte que os niveis habitualmente em uso indiquem a existencia desta desviação. Comprehende-se comtudo que se um nivel tivesse dimensões sufficientemente grandes; se, por exemplo, seu comprimento fosse igual á distancia que separa a Europa da America, a mudança periodica na direcção da vertical, poderia ser facilmente apreciada por meio desse immenso nivel, no qual ver-se-hia a superficie do liquido elevar-se e abaixar-se periodicamente em cada uma de suas extremidades. Ora, este nivel acha-se realisado pelo Oceano Atlantico, que se estende com effeito da Europa á America; as oscillações do oceano,

que constituem o phenomeno das marés, são pois os movimentos causados no liquido pela mudança periodica da direcção da vertical, resultante das acções combinadas do sol e da lua.

Depois de termos dado esta idéa geral sobre a causa das oscillações periodicas da superficie do mar, procuremos analysar o phenomeno mais detalhadamente, afim de reconhecer suas diversas particularidades.

Supponhamos que o mar se estenda sobre toda a superficie do globo terrestre, e que só a acção da lua produza os movimentos periodicos acima ditos. Não differindo sensivelmente a superficie geral dos mares, da superficie de uma esphera, as oscillações que sobre ella determina a lua devem ser proximamente as mesmas determinadas sobre uma superficie rigorosamente espherica: de modo que, para estudar estas oscillações, podemos suppôr-nos neste caso, e abstrahir do achatamento e das diversas irregularidades accidentaes da superficie do mar.

O prumo suspenso á extremidade do fio, que suppomos installado em um dos pontos da superficie $ACBD$ da terra (*fig.* 32),

Fig. 32.

experimenta da parte da lua L, uma acção analoga á que a

lua soffre da parte do sol; a força perturbadora devida á acção da lua sobre o corpo de que se trata, é a resultante da attracção exercida pela lua sobre este corpo e de uma outra força que, para cada unidade de massa, é igual e contraria á attracção da lua sobre a terra inteira considerada como condensada no ponto *O*. Esta segunda força, sempre parallela á linha *OL*, ao passo que a primeira é dirigida na direcção da linha tirada da lua ao ponto considerado sobre a terra, é maior ou menor que a primeira força, conforme a distancia *OL* fôr menor ou maior do que a distancia da lua a este ponto da terra.

Por tudo quanto fica exposto facilmente se comprehende, que, em razão da presença da lua em *L*, a gravidade diminue de intensidade sómente em *A* e *B*, sem mudar sua direcção; que em *C* e em D não ha mudança sensivel na intensidade nem na direcção desta força; que em *E* e *F* o prumo suspenso ao fio se approxima da lua, dando ao fio as direcções *E e*, *F f*, em lugar das direcções *EO, FO*; emfim, que em *G* e *H* o prumo é como repellido pela lua, fazendo tomar ao fio as direcções *G g*, *H h*, em vez das direcções *GO, HO*. A superficie do mar tendendo sempre a collocar-se perpendicularmente á direcção do fio a prumo, seria exactamente espherica se este fio tomasse em todos os pontos a direcção do centro *O*, mas não se dando este caso, pelas razões acima expendidas, necessariamente tomará a forma indicada pela linha curva *mm*; esta superficie deve pois alongar-se no sentido do diametro *AB* tirado em direcção á lua, e contrahir-se no sentido dos diametros taes como *CD*, perpendiculares ao primeiro. Procurando-se determinar esta forma dada á superficie da terra pela acção da lua, acha-se que é um ellipsoide de revolução alongado, tendo para eixo maior o diametro *AB*.

Vejamos agora o que deve acontecer no caso em que a lua se mova em roda da terra, como ella o faz no espaço pouco mais ou menos de um dia, em virtude do seu movimento diurno. Se a lua se conservasse constantemente no plano do equador, girando assim ao redor da terra, o ellipsoide formado a cada momento pela superficie do mar, em razão da acção

por ella exercida, giraria ao mesmo tempo em roda do eixo do mundo sem que seu eixo maior sahisse do plano do equador terrestre. Nesta hypothese, em cada ponto deste equador a superficie do mar deverá pois subir e descer duas vezes, em quanto a lua descrever uma volta inteira ao redor da terra. E portanto em um lugar qualquer o mar deve attingir á maior altura no momento da passagem da lua pelo seu meridiano, e tocar ao mais baixo nivel quando ella estiver no occaso; depois se elevará novamente até a maior altura, que acontecerá na occasião da passagem da lua pelo meridiano inferior; e emfim baixará outra vez até seu apparecimento no nascente. A differença de nivel entre uma maré baixa e uma maré alta, será então igual á differença entre o menor e o maior raio do ellipsoide *mm*. Este phenomeno se reproduzirá em todos os mais pontos do globo, com a unica differença que a amplitude das oscillações da superficie do mar, será sempre menor do que no equador, e irá diminuindo gradualmente até aos pólos, onde a superficie do mar se conservará sempre immovel.

O sol exerce tambem uma acção analoga á da lua sobre a superficie do mar, mas a sua influencia é menor em razão da distancia enorme que o separa da terra. Comtudo as maiores oscillações na superficie dos mares, são produzidas pelas attracções combinadas dos dous astros.

Em seguida a esta explicação theorica das causas que determinam o phenomeno das marés, trataremos agora das observações ministradas pela pratica, fazendo conhecer ao mesmo tempo a sua variabilidade em diversos pontos do globo.

A preamar nos portos e em todos os mais pontos de uma costa, não acontece precisamente no instante em que a força resultante das attracções do sol e da lua tem chegado ahi á sua maior intensidade; porque nos dias de lua nova, o instante em que esta acção tem maior influencia é o de sua passagem simultanea pelo meridiano, isto é, o meio dia; entretanto que a preamar não tem lugar senão algum tempo depois do meio dia. A experiencia tem feito conhecer que a maré do

dia da lua nova, é a que foi produzida 36 horas antes pela attracção do sol e da lua; tem-se observado mais que nessa época a prèamar acontece sempre á mesma hora: donde se concluio que é sempre constante o intervallo entre o momento da préamar e o instante em que os dous astros exercem sua maior acção.

Quando a lua nova passa pelo meridiano de um porto ao meio dia verdadeiro, na época dos equinoccios, o tempo que decorre entre esta passagem e o instante da preamar seguinte, é sempre o mesmo ; a este intervallo de tempo se chama—*Estabelecimento do porto.*

Nos dias da lua nova e da lua cheia, o instante em que os dous astros exercem a maior acção, é o da passagem da lua pelo meridiano; o mesmo acontece no primeiro e ultimo quarto; nos outros dias este instante precede algumas vezes a passagem, e outras vezes segue-a, mas nunca se afasta muito, porque a força attractiva da lua é cerca de duas vezes e meia maior que a do sol.

Estas forças e o adiantamento ou atrazo da maré sobre a hora da passagem da lua pelo meridiano, variam conforme os dous astros se afastam ou se approximam da terra, segundo as suas declinações augmentam ou diminuem.

O estabelecimento do porto varia muito de um lugar a outro, como se vê pela taboa seguinte :

Estabelecimento do porto.

Cadiz.........	1h. 15m.....	S. Malo......	6h. 30m
Lisboa........	4 — 00......	Cherbourg....	7 — 45
Bayonna......	3 — 30......	Calais.........	11 — 45
Brest	3 — 45......	Flessingue....	1 — 00
Plymouth	6 — 5......	Hamburg.....	5 — 00

A irregularidade na amplitude das oscillações da superficie do mar é tal em alguns pontos do globo, que não

podemos deixar de mencionar aquelles onde se torna mais sensivel; assim, no Mediterraneo o fluxo e refluxo é insignificante, entretanto que nas costas da França e Inglaterra é muito consideravel.

Na época das syzygias, por exemplo, o mar sóbe, termo médio, em

Bayonna....	9	Pés.
Brest.................	20	»
S. Malo................	36	»
Londres...............	18	»

Na foz do rio Avon (a Oeste da ilha de Wight) eleva-se a prêamar á altura de 42 pés. Os maiores fluxos em todo o globo têm lugar na bahia de Fundy (Fundybai) na costa Suéste da America Ingleza. No fundo desta bahia sobem as aguas á altura de 60 até 70 pés na prêamar das aguas vivas.

Porém, em geral, a elevação do fluxo diminue do Equador para os pólos, tanto que na costa norte da Noruega é ella mui insignificante.

Methodo de calcular o Estabelecimento do Porto depois da lua nova ou cheia.

Se quizermos saber o *estabelecimento* de um qualquer porto, observaremos em primeiro lugar a hora da prêamar, e della tiraremos a hora da tardança das marés, que é igual á tardança da lua (Navegação de Fournier § 252) e o resto será *o estabelecimento do porto.*

EXEMPLO.

Achando-nos em um porto 10 dias depois da lua nova, observamos que era prêamar ás 11 horas, queremos saber qual é o estabelecimento desse porto.

Em primeiro lugar calcularemos a tardança das marés desde a lua nova, á razão de 50^m 28^s por cada dia, o que dá 8 h. 24^m 40^s, as quaes subtrahidas de 11 h. dão em resultado 2 h. 35^m 20^s, que será a hora da prêamar no dia da lua nova ou cheia; no caso porém que a hora da prêamar fosse menor do que a tardança, ajuntar-se-hia 12 h, e á somma, tirando a tardança, o resto seria o estabelecimento do porto.

Conhecendo-se o estabelecimento de um porto achar a hora da prêamar em um dia proposto.

Por meio da idade da lua, acharemos a tardança das marés, que ajuntaremos ao estabelecimento do porto; a somma dará a hora da prêamar no dia proposto.

Se esta somma exceder 12 horas tomaremos o excesso que será a hora da prêamar.

EXEMPLO.

Pede-se a hora da prêamar no dia 7 da lua, em um porto onde as marés estão estabelecidas ás 6 horas.

Os 7 dias de lua dão 5^h 53^m 16^s, que sommadas ás 6 horas do estabelecimento do porto dão 11^h 53^m 16^s para a hora da prêamar.

Sonda.

A sondagem é uma das operações mais delicadas da hydrographia, e aquella que, parecendo á primeira vista muito simples, exige o maior cuidado na pratica. Para sondar usa-se do prumo e da sondareza ou linha graduada, como se vê na fig. 33, onde *A* indica o prumo, cuja fórma é de uma piramide,

Fig. 33.

conica de chumbo, com uma concavidade *a* na base, que

serve para receber uma porção de sebo com o fim de indicar a qualidade do fundo, sempre que se sondar.

Pela sonda conhece-se a qualidade do fundo e determinam-se as lages encobertas ou á flôr d'agua, as corôas dos bancos e suas fraldas, etc., o que é da maior importancia quando se trata de levantar a planta hydrographica de uma costa, porto, ou rio. As posições das sondas podem ser determinadas por observações feitas em terra, ou a bordo das embarcações. O primeiro meio consiste em collocar sobre dous pontos conhecidos da costa, observadores munidos de instrumentos proprios, afim de marcarem a embarcação que sonda, todas as vezes que o prumo tocar no fundo, como indicará um signal convencionado feito de bordo da mesma.

Este methodo é bom, mas tem o inconveniente de não ser praticavel senão quando se trata de sondar pequenas áreas, e demais é muito longo e enfadonho, por isso que tem a embarcação de fundear sempre que larga o prumo, e requer a maior attenção dos observadores de terra durante o tempo do trabalho.

O segundo methodo é preferivel e consiste em tomar, do proprio escaler em que se sonda, angulos sobre alguns dos pontos determinados e visiveis no momento preciso de prumar. Este methodo tem a vantagem de dar com promptidão o lugar que se quer fixar, havendo a bordo um ou dous observadores com instrumentos de reflexão.

Este methodo basea-se em principios elementares de geometria que repetiremos aqui:

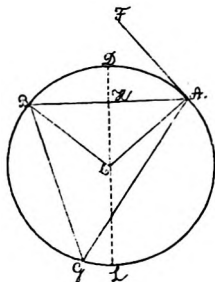
1.º *Todo o angulo que tem seu vertice na circumferencia, conta para medida metade do arco comprehendido entre seus lados.*

2.º *Todo o angulo que tem o vertice no centro tem para medida o arco comprehendido entre seus lados.*

3.º *Toda a linha, pelas extremidades da qual se fizer passar uma circumferencia de circulo, torna-se corda desse circulo, cujo centro estará sobre a perpendicular levantada ao meio dessa linha.*

Pelos dous extremos de uma linha qualquer póde-se fazer passar uma infinidade de circumferencias de circulos; por-

tanto este principio é applicavel á linha que une dous pontos determinados da costa *A* e *B*, (fig. 34), e então o ponto em que

Fig. 34.

se sondou póde ser considerado em uma dessas circumferencias; como tambem esta linha *A B* torna-se uma corda commum a todos os circulos que passam por *A* e *B*, segue-se que os centros de todos esses circulos devem achar-se sobre a perpendicular levantada ao meio desta linha. O valor em gráos de cada um dos arcos subtendidos pela corda depende da grandeza do raio do circulo a que elle pertence; assim, querendo-se fazer passar pelos pontos *A* e *B* uma circumferencia de circulo cujo arco seja de um numero de gráos determinado, é preciso procurar o raio do circulo que teria *A B* para corda desse numero de gráos.

O angulo no centro *A C B*, tendo para medida o arco *A D B* (fig. 34), conta para valor o duplo de *A G B*, que tem o vertice na circumferencia e cujos lados passam pelas extremidades da corda *A B*; é tambem o duplo de *B A F* formado pela corda e pela tangente. Ora, a perpendicular *D L* levantada ao meio da corda *A B* passa pelo centro *C* do circulo *A G B D* e divide o arco *A D B* em duas partes iguaes; divide tambem o angulo no centro em dous angulos iguaes entre si e aos angulos *A G B* e *B A F*, que tem seus vertices na circumferencia do circulo e para medida a metade do arco *A D B* subtendido pela corda *A B*.

Isto posto, o angulo ACH do triangulo rectangulo AHC tendo para medida a metade do arco subtendido pela corda AB, segue-se que o angulo HAC, que é seu complemento, terá para medida o complemento da metade do arco ADB abrangido por esta mesma corda.

Este angulo HAC é pois o complemento do angulo AGB igual a ACH que é formado pelas cordas GA, GB e tem para medida metade do arco ADB; é pois tambem o complemento de BAF, que, sendo formado pela corda AB e pela tangente AF, tem do mesmo modo para medida metade do arco ADB. Com effeito, pois que o angulo CAF é recto, por ser formado pela tangente e pelo raio tirado ao ponto de contacto, facilmente reconheceremos que o angulo HAC é complemento de BAF e consequentemente de AGB.

Depois do que acima se disse póde-se achar pelo calculo ou graphicamente, o raio de um circulo qualquer do qual se conheça a corda do arco de um certo numero de gráos determinado.

Problema.— Fazer passar pelas extremidades de uma linha conhecida AB uma circumferencia de circulo cujo raio seja tal que o arco comprehendido pela corda tenha 50°.

Este problema póde ser resolvido graphicamente de um modo muito simples, ou pelo calculo tirando-se o valor do raio no triangulo ACH, pela proporção seguinte:

$$r : \text{sen. } ACH :: AC : AH.$$

donde se tira

$$AC = \frac{r \times AH}{\text{sen. } ACH}.$$

O valor de CH acha-se pela proporção,

$$r : \text{cotang. } ACH :: AH : CH.$$

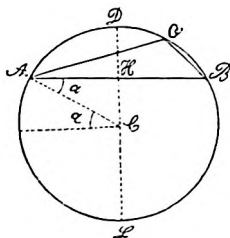
donde

$$CH = \frac{\text{cotang. } ACH \times AH}{r} = \frac{r \times AH}{\text{tang. } ACH}.$$

Todos os angulos que tem os vertices na circumferencia

e cujos lados passam pelos extremos da corda *AB*, são iguaes, porque tem para medida metade do arco subtendido pela corda; disso resulta que quando se tiver observado uma distancia conhecida, tal como *AB*, sob um angulo qualquer, póde-se sempre consideral-a como corda de um arco duplo do angulo observado, e achar pelo calculo a grandeza do raio do circulo em cuja circumferencia se fez a observação. Se a distancia *AB* fôr traçada sobre um plano, poder-se-ha achar graphicamente o raio do circulo a descrever e a posição do centro desse circulo, que deverá sempre achar-se sobre a perpendicular levantada ao meio da corda *AB*. Sempre que o angulo observado fôr agudo, o angulo *BAC* será seu complemento, e o observador estará collocado sobre um ponto do maior dos dous arcos subtendidos pela corda *AB*.

Quando o angulo observado fôr obtuso o observador se achará collocado sobre um ponto do menor dos dous arcos

Fig. 35.

subtendidos pela corda *AB* (fig. 35), e o angulo *BAC* será o excesso deste angulo sobre 90°; porque então o angulo *ACH* não será mais que o supplemento do angulo observado *AOB*=*ACL*. Emfim, quando o angulo observado fôr de 90°, a corda *AB* tornar-se-ha no diametro do circulo sobre cuja circumferencia se fez a observação, e o observador poderá estar tanto sobre uma como sobre outra das semicircumferencias.

Acontece muitas vezes que não estando os objectos na mes-

ma direcção, o ponto de estação existe comtudo na circumferencia do circulo que passa pelos tres pontos *A*, *B*, *C*, (fig. 36); neste caso como os circulos a descrever sobre *AB* e *BC*

Fig. 36.

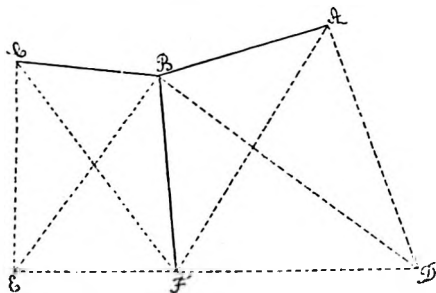
teriam os centros no mesmo ponto, as circumferencias se confundiriam, e o lugar donde se tivesse observado os lados *AB* e *BC*, não poderia ser determinado. O mesmo aconteceria qualquer que fosse o numero de angulos tomados, uma vez que os objectos *A*, *B*, *C* e o ponto de estação estivessem em uma mesma circumferencia. Quando a somma dos angulos sob os quaes observou-se os lados *AB* e *BC*, fôr igual ao supplemento do angulo *ABC*, o observador estará sobre o arco da circumferencia que passa pelos objectos determinados.

Dá-se ás vezes o caso que os circulos descriptos sobre os lados *AB* e *BC* cortam-se sob angulos tão agudos que impossivel se torna achar o ponto de intersecção *D* com toda a exactidão; para determinar, pois, os pontos de estação, usa-se de uma construcção graphica de facil execução.

Prolongam-se os raios *BF* e *BE* até encontrarem as circumferencias em *I* e *H*, depois unem-se estes dous pontos por meio de uma linha que deverá passar necessariamente por *D*; dahi tiramos uma segunda construcção para achar *D* sem descrever circulos.

No ponto *B* (fig. 37) faz-se com o lado *AB* um angulo *ABD*

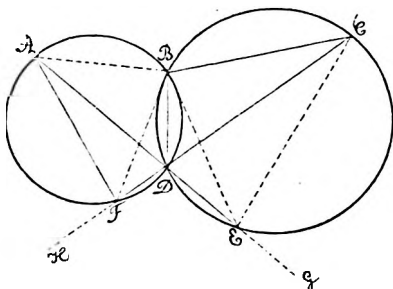
igual ao complemento do angulo observado AFB, e no ponto A um angulo recto, ter-se-ha o ponto D.

Fig. 37.

No ponto B faz-se com o lado CB um angulo CBE igual ao complemento do angulo observado BFC e no ponto C um angulo recto, teremos o ponto E. Traça-se a linha DE, depois do ponto B abaixa-se uma perpendicular sobre esta linha, e o ponto F em que a perpendicular cortál-a será o ponto de estação procurado.

Ainda temos á nossa disposição mais dous meios de achar o ponto de estação sem precisar descrever circulos.

Supponha-se que, tendo-se observado do mar os lados conhecidos AB e BC (fig. 38) sob dous angulos quaesquer, determinou-se o ponto de estação D pelos meios já explicados; se de A e C tirarmos as linhas AD, CD prolongadas até encontrarem as circumferencias em E, F, e destes pontos traçarmos FA, FB, EB e EC ficarão formados dous triangulos AFB, BEC nos quaes conhecemos os lados AB, BC, e os angulos $CBE = CDE$ e $ABF = ADF$, por serem supplementos da somma dos angulos observados. Temos o angulo BEC igual ao observado BDC, e da mesma fórma no outro triangulo $BFA = BDA$, óra, BCE e BAF são iguaes aos supplementos das sommas dos outros dous angulos dos trian-

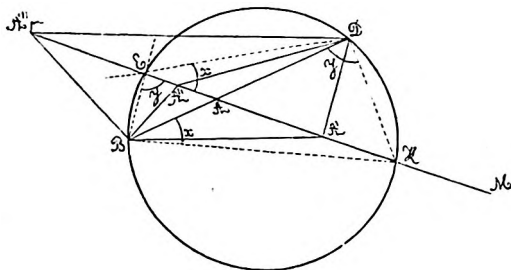
gulos a que pertencem, porém sabemos que *BDC* e *BDA* tambem são iguaes aos supplementos das sommas de *CDE*+*BDA* e *BDC*+*ADF*; logo os triangulos podem ser resolvidos e determinados portanto os pontos *E* e *F* pelo calculo. Para construir-se a figura faz-se no ponto *B*, sobre *BC*, um angulo *CBE* igual ao supplemento da somma dos dous angulos observados, e no ponto *C* um angulo *BCE* igual ao angulo sob o qual se observou o lado *AB*; o encontro destas duas linhas dará *E*. Depois faz-se em *B*, sobre *AB*, um angulo *ABF* igual ao supplemento da somma dos dous angulos observados, e em *A* o angulo *BAF* igual ao angulo sob o qual se observou o lado *BC*; o encontro destas linhas dará *F*.

Fig. 38.

O ponto *E* determina a linha *A G* sobre a qual deve estar o ponto d'estação *D*, mas *F* tambem determina *C H* sobre a qual deve estar collocado o ponto *D*; logo estará necessariamente na intersecção das duas linhas.

Vejamos como se poderá achar pelo calculo a posição do ponto d'estação *D*, conhecendo-se os valores numericos de *A B* e *B C*, e o angulo comprehendido por estes dous lados. No triangulo *A B F* (fig. 38) determina-se o lado *B F* pela proporção: sen. *B F A* : sen. *B A F* : : *AB* : *B F*; depois, no triangulo *C B F* em que conhecemos *C B*, *C F* e o angulo *C B F* calculamos os outros dous *B C F* e *B F C*, sendo o primeiro igual ao angulo sob o qual veriamos do ponto *F* o lado *B D* no mesmo instante

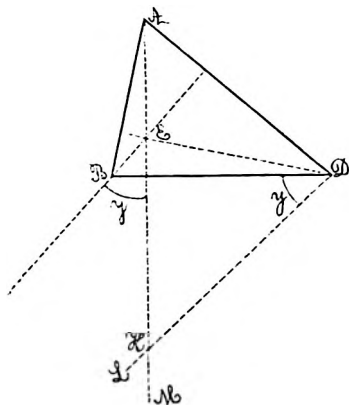
da observação. Pratica-se do mesmo modo a respeito de *B E C*, no qual se determina o lado *B E*, e depois no triangulo *A B E* determina-se o angulo *B A E*, e conhecendo assim nos triangulos *A B D* e *C B D* os angulos *B A D* e *B C D*, como tambem os angulos sob os quaes observamos os lados *A B* e *B C* já determinados, poderemos calcular todas as mais partes d'esses triangulos e por conseguinte achar com toda a exactidão o ponto d'estação *D*.

Supponhamos agora que em vez de descrever circulos sobre os lados *A B*, *A D* para achar por sua intersecção o ponto *K*, tenha-se descripto sobre o lado *B D*, considerado como corda d'um arco de valor duplo d'aquelle da somma dos dous angulos observados, uma circumferencia de circulo que passe pelo ponto d'estação, (fig. 39); depois divide-se o arco *B E D* em

Fig. 39.

duas partes *B E*, *D E*, de maneira que uma *B E* seja o duplo do angulo sob o qual se observou o lado *A D*; evidentemente a linha *E A M* tirada pelos pontos *E* e *A* encontrará a circumferencia descripta justamente no ponto *K*, donde se observou. Mas a linha *E A M* fórma com as linhas *B E*, *D E*, dous angulos, um *D E M* = *D B K* ou x, e outro *B E M* = *B D K* ou y, os

quaes sendo conhecidos darão os meios de achar a posição de K.

Qualquer que seja a posição do ponto A em relação aos pontos B e D entre os quaes elle foi visto da estação K, será facil pela construcção seguinte (fig. 40) marcar sobre o plano, sem traçar circulos, o lugar em que se fez a observação, com-

Fig. 40.

tanto que o ponto A não esteja sobre a circumferencia do circulo que passar por B e D.

Para achar o ponto E faz-se em B o angulo $D\ B\ E$ igual ao angulo sob o qual se observou $A\ B$. Tira-se depois a linha $E\ A\ M$ que se prolongará indefinidamente: faz-se em B um angulo $D\ B\ K = D\ E\ M$ ou x e no ponto D um angulo $B\ D\ K = B\ E\ M$ ou y; o ponto K, onde a linha $E\ A$ prolongada encontrar a linha $D\ K$ ou $B\ K$, será o ponto d'estação procurado.

Deve-se fazer uso desta construcção que é muito boa, particularmente quando o ponto visto entre B e D está afastado de E. Convém substitui-la ás construcções que já indicamos, logo que uma das distancias $A\ B$, $A\ D$ tiver sido observada sob um angulo muito pequeno e que o ponto A esteja muito

afastado; neste ultimo caso os raios dos circulos serão tão grandes que impossivel se torna descrever esses mesmos circulos.

No caso de apparecer o ponto A entre os pontos B e D, supponha-se que se observou o lado $A B$ sob um angulo de 10°, o lado AD sob um angulo de 46°, e que se quer achar pela construcção acima o ponto d'estação K: em primeiro lugar determinaremos o ponto E, fazendo o angulo $B D E = 10°$ e o angulo $D B E = 46°$; depois tiraremos a linha indefinida $A E M$ e faremos em D com o lado $B D$ um angulo $B D L = B E M$ ou y; o ponto K em que a linha $D L$ encontrar a recta $A E M$ será o ponto d'estação procurado.

Ainda que seja facil reconhecer como se poderá achar pelo calculo a posição do ponto K, (fig. 39) julgamos comtudo que será proveitoso dizer algumas palavras a respeito. Se os pontos conhecidos estiverem na mesma direcção, taes como B, A, D, ou se formarem triangulo como $B A' D$, $B A'' D$ & será sempre necessario calcular o angulo $D E M = D B K$, ou o angulo $B E M = BDK$ para poder determinar o valor dos lados $B K$, $D K$ do triangulo $B D K$. Querendo-se calcular um dos angulos $D E M$ ou $B E M$ começaremos por procurar o valor do lado $D E$ pela proporção seguinte :

$$\text{sen. } BED = \text{supp. } BKD : \text{sen. } DBE = AKD :: DB : DE = \frac{\text{sen. } AKD \times BD}{\text{sen. } BKD}$$

Depois, suppondo os tres pontos na mesma direcção e conhecendo no triangulo $A D E$ os lados AD, $D E$ e o angulo comprehendido igual a $B K A$, calcula-se um dos dous outros angulos $D E A$ ou $D E M = D B K$ ou x.

Sendo conhecido o angulo $D E A$, conheceremos tambem $B E$ A, porque o angulo total $B E D$ sendo supplemento dos angulos observados, é sempre conhecido. Esta operação acaba-se pelos methodos ordinarios.

Se o ponto A estiver em A' será preciso juntar o angulo $B D E$, que é igual a $A' K D$, ao angulo conhecido $B D A'$; teremos então no triangulo $A' D E$ os lados $A D$, $D E$ conhecidos

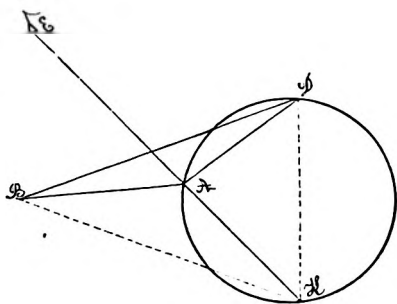
e o angulo comprehendido entre estes lados, pelo que facilmente calcularemos o angulo $D\,E\,A'$.

Se o ponto A estiver em A'', subtrahiremos do angulo $B\,D\,E = A''\,K\,B$ o angulo $B\,D\,A''$ para ter o angulo $A''\,D\,E$ comprehendido entre os lados conhecidos $A''\,D$, $D\,E$ e calcularemos o angulo $D\,E\,A''$.

Emfim, quando o ponto A estiver além do ponto E como em A'', será preciso tirar o angulo $B\,D\,E = A'''\,K\,D$ do angulo $B\,D\,A'''$ para ter o angulo $E\,D\,A'''$ comprehendido entre os lados $D\,E$ e $D\,A'''$, e com estes dados calcularemos o angulo $D\,E\,A'''$ cujo supplemento é o angulo procurado $D\,E\,M$.

Sempre que o ponto A estiver além da linha $B\,D$ e que o angulo $B\,A\,D$ fôr igual ao supplemento dos angulos observados, o ponto d'estação se achará sobre a circumferencia do circulo que passar pelos pontos B, A e D; o ponto A confundir-se-ha com o ponto E e então o problema será indeterminado.

Quando o ponto d'estação se achar na direcção d'um dos pontos A, B, D, (fig. 41) e d'um quarto ponto determinado E,

Fig. 41.

então bastará observar o angulo sob o qual visarmos um dos lados $A\,B$ ou $A\,D$ do triangulo $A\,B\,D$, para ter pelo calculo ou

graphicamente a posição de *K*. Com effeito, supponhamos que estando em *K*, na direcção dos pontos determinados *A*, *E*, observou-se a distancia angular sob a qual se via o lado *A D*; no triangulo *A K D* serão conhecidos o lado *A D*, o angulo *D A K*, supplemento de *D A E*, o angulo observado *A K D* e por conseguinte o angulo *A D K*; poder-se-ha calcular os lados *A K* e *D K*, ou collocar o ponto *K* graphicamente, fazendo passar uma circumferencia de circulo pelas extremidades do lado *A D*, considerado como corda d'um arco duplo do valor do angulo observado *A K D*. A operação seria identica se tivessemos observado o angulo *A K B*.

Se houvessemos observado o angulo *B K D* seria preciso fazer passar pelos pontos *B*, *D*,uma circumferencia de circulo da qual o lado *B D* fosse corda, porém d'um arco de numero de gráos duplo do valor do angulo observado; o ponto em que a circumferencia cortasse a linha *E A K* seria o ponto d'estação.

Quando por acaso fixassemos uma posição donde não se descobrisse mais do que dous dos pontos determinados da costa, como *A* e *B*, seriamos obrigados a fundear e observar o azimuth d'um desses pontos, assim como o angulo sob o qual se apresentasse a distancia *A B*; tendo deduzido d'essas observações os lançamentos dos dous lados *C A*, *C B* do triangulo *A B C* e consequentemente os angulos *C A B* e *C B A*, poderiamos determinar a posição do lugar *C* pelo calculo ou pelos meios graphicos.

Não devemos usar da bussola para ter a projecção de um dos dous pontos *A* e *B* senão quando não podermos absolutamente empregar o methodo acima indicado, porque em escaléres sujeitar-nos-iamos a muitos erros empregando este instrumento, por causa do movimento rapido d'essas embarcações.

E de grande utilidade saber bem determinar o ponto de estação do qual forem observados os angulos, porque muitas vezes torna-se impossivel acha-los pelo calculo. Com effeito, objectos taes como *A*, *B* e *D*, (fig. 39), podem ser exactamente

collocados sobre o plano, sem que comtudo conheçamos os valores numericos dos lados *A B* e *A D* e o valor do angulo *B A D* comprehendido entre estes mesmos lados.

Muitas vezes acontece termos tantas sondas a collocar sobre um plano, que torna-se quasi impossivel calcular todas as posições. Além disso, não temos necessidade de maior exactidão do que nos dá o meio graphico, sobretudo quando a escala é pequena.

Dous angulos tomados sobre tres objectos que estejam em uma mesma direcção bastam para fixar sobre um plano o ponto donde se fez a observação; mas, como raras vezes dá-se o caso de acharem-se os objectos notaveis na mesma linha, e como tambem é difficil collocar deste modo signaes, póde acontecer que o ponto de estação esteja sobre a circumferencia do circulo que passar pelos tres objectos marcados.

Donde se conclue, que é sempre prudente medir em cada estação a distancia angular de um d'esses tres objectos a um quarto. Quando não se precise do terceiro angulo para determinar o ponto de estação, serve comtudo para verificar a posição obtida pelos dous outros, pelo que póde ser considerado como muito util.

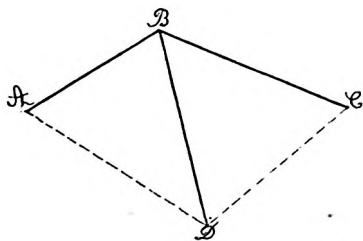
Segue-se de tudo quanto precede, que, tomando simultaneamente os angulos sob os quaes se apresentam tres distancias conhecidas e contiguas, o numero dos dados será sufficiente, não só para fixar os pontos de estação, como tambem para verificar os resultados obtidos por meio dos dous angulos.

E' particularmente nas paragens onde reinam fortes correntes que este methodo deve ser preferivel a todos os outros, porque não tem-se de lutar contra vento e correnteza para transportar-se a embarcação a um lugar determinado, como quando as observações são feitas por dous observadores collocados em terra. Demais, não ha necessidade de fundear sempre que se tenha de determinar as posições de rochas, bancos ou outras sondas importantes, do que resulta fazer-se muito trabalho em um dia.

Se não houverem mais de dous observadores no escaler procede-se do modo seguinte: toma-se ao mesmo tempo dous angulos sobre tres pontos vantajosamente situados, e depois com um circulo de reflexão mede-se o mais rapidamente possivel um terceiro angulo, que deve servir para verificar o ponto obtido pelos dous primeiros.

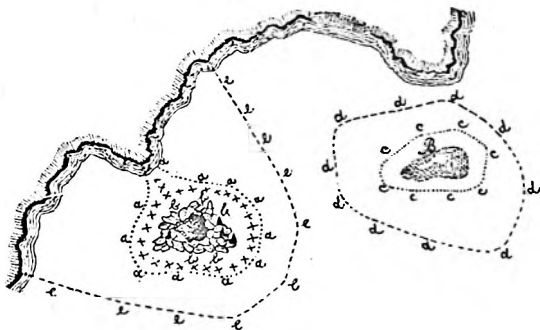
Póde-se tambem sondar sem fundear havendo um só observador, mas para isso é preciso, em primeiro lugar, dispor em terra signaes ou bandeirólas, de modo tal que todas as vezes que nos acharmos em um d'esses alinhamentos seja bastante marcar um só angulo para obter a posição do escaler. Quando a sonda muda pouco faz-se parar a marcha da embarcação e observa-se com um circulo de reflexão, o mais promptamente possivel, dous angulos sobre tres objectos convenientemente situados, depois repete-se o primeiro angulo e é com o angulo médio que se colloca no plano o ponto de estação.

Assim, se tivessemos observado a distancia *A B* (fig. 42) sob um angulo de 42° 28' e *B C* sob outro de 73°, e logo depois

Fig. 42.

tornassemos a marcar o lado *A B* e achassemos igual a 42° 24', concluiriamos, que, se a observação fosse simultanea o lado *A B* seria marcado sob um angulo de 42° 26'.

Tendo mostrado quanto é facil determinar a posição das embarcações em que se sonda, por observações feitas no mar, resta-nos dar uma idéa da maneira particular de distinguir os bancos, lages etc , de collocar sobre o plano os pontos de estação, de reduzir as sondas tomadas a todas as horas do dia á baixa-mar dos equinoxios, e emfim de transferir essas sondas assim reduzidas para o plano que deve apresentar a reunião de todos os trabalhos executados sobre uma parte qualquer da cósta.

Em grandes profundidades consideramos geralmente como banco toda a parte do fundo que tem menos de 25 pés d'agua na baixa-mar, e subdividimos ainda estes bancos em tres classes, conforme a sonda e qualidade do fundo. Os bancos de primeira classe são aquelles em que ha menos de nove pés d'agua ; os de segunda são os que tem de dez a dezeseis pés ; e os de terceira são aquelles em que ha de dezesete a vinte e quatro pés d'agua. Os limites dos bancos de 1ª classe são designados em quasi todas as cartas por linhas pontuadas *c c c c*, (fig. 43), os de 2ª e 3ª por linhas compostas de pequenos traços

Fig. 43.

d d d d, *e e e e*, e as corôas ou partes que descobrem são intei-

ramente pontuadas como em *B*. Os fundos de pedra em que ha menos de 25 pés d'agua são limitados por uma linha de pontos *a a a a*, dentro da qual traçam-se pequenas cruzes; as lages que cobrem e descobrem são indicadas como se vê na figura, por *b b b b*, e designam-se por triangulos as pontas de pedra ou cabeços existentes nestas lages e que nunca chegam a mergulhar. Assim tambem os rochedos de qualquer extensão, que se conservam sempre fóra d'agua são designados por traços duplicados como em *A*, segundo o seu contorno.

Sempre que se tem sondado durante muitos dias sobre a mesma parte da cósta e que se quer projectar os pontos d'estação, usa-se d'um plano de construcção particular e do qual vamos dar uma idéa. Projecta-se em uma folha de papel, todos os objectos notaveis sobre os quaes foram observados angulos para fixar os pontos d'estação da embarcação; unem-se todas essas projecções dos objectos por meio de linhas, e levantam-se perpendiculares ao meio de cada uma destas linhas, e finalmente traçam-se os alinhamentos nos quaes se observou.

Estando assim disposto o plano de construcção, póde-se julgar quanta facilidade haverá em collocar sobre elle os pontos d'estação, por meios graphicos conhecidos. Póde-se usar deste plano para dirigir o rumo do escaler de modo a colloca-lo em um ponto importante, do qual se queira verificar a sonda ou qualidade do fundo.

E' ordinariamente por meio de circumferencias de circulos descriptas sobre lados conhecidos, que collocamos no plano os pontos d'estação, por ser muito prompta esta construcção; mas geralmente faz-se uso d'um bom transferidor, cujo raio seja de tal comprimento que córte as perpendiculares levantadas sobre o meio dos maiores lados observados, porque assim teremos immediatamente os centros dos circulos a descrever, sem comtudo ser preciso traçar uma só linha.

Portanto, tendo marcado de *B* a *A* um angulo de 42°, (fig. 44), de *B* a *C* de 50°, e de *B* a *D* outro de 23°, procede-se do modo seguinte: colloca-se o diametro do transferidor sobre o lado *B A* e o centro em *A*, depois conta-se a partir de *B A* um angulo

de 48°, complemento do primeiro angulo observado. O ponto *c* em que este raio do transferidor córta a perpendicular ao meio da linha *A B*, é o centro do circulo cuja circumferencia passa pelos pontos *A*, *B*, e pelo ponto d'estação *E*.

Fig. 44.

Do mesmo modo no ponto *C*, a partir de *B C*, faz-se um angulo igual a 40°, complemento do angulo observado; o ponto *d* em que o raio corta a perpendicular *G I* será o centro do circulo cuja circumferencia passa por *B*, *C*, e pelo ponto d'estação *E*. A intersecção dos dous circulos dará evidentemente o ponto procurado *E*. Para verificar se este ponto está bem determinado, descreve-se do ponto *d* um arco de circulo *BL*, sobre o qual marca-se, a partir de *B*, um arco *B K* igual ao duplo do angulo sob o qual

foi observado o lado *B D*, e tirando uma linha indefinida pelos pontos *B* e *K* ella deve necessariamente cortar os dous circulos no ponto d'intersecção *E*.

Póde-se ainda verificar a posição do ponto *E*, construindo um circulo sobre o lado *AC*, considerado como corda commum de um arco de valor duplo dos dous angulos observados *AEB* e *BEC*, ou sobre qualquer dos lados *AB*, *BC* e *BD*; o methodo, porém, que acima empregamos merece a preferencia. Faz-se tambem uso do calculo em muitas circumstancias, para achar os raios e os centros dos circulos a descrever, mas ordinariamente contentamo-nos em achar os centros *c*, *d*, por meio da escala de partes iguaes de um bom compasso de proporção, do seguinte modo: Para achar o centro *c* do circulo a descrever sobre o lado *AB*, considerado como corda do arco 42°×2=84°, toma-se o comprimento de ½ *AB*, isto é, a linha *AF*, com um compasso ordinario, cujas pontas collocaremos sobre a escala de partes iguaes do compasso de proporção, o qual abriremos de modo a dar a esta linha *AF*, considerada como raio, um valor de cem partes; depois, para conhecer o comprimento da linha *Fc*, que representa neste caso a cotangente de 42°, tomaremos nas taboas o valor desta cotangente, que é de 11,11 partes. Se tivessemos feito *AF* de 200, 300, 400, etc. partes iguaes, *Fc* teria o valor de 11,11×2; 11,11×3; etc., etc.

Acha-se o centro *d* do segundo circulo a descrever, fazendo, como no exemplo acima, ½ *CB* ou *CG*=100, 200, 300, etc. partes iguaes, e contando do ponto *G* ao ponto *d* o valor da cotangente de 40° expressa em partes de ½ *CB*.

Recommendamos muito o uso das taboas das tangentes naturaes para achar os centros dos circulos a descrever, porque é o methodo mais seguro e exacto, quando não se conhece o valor numerico dos lados observados, e quando não ha tempo de determinar pelo calculo todas as posições onde se estacionou.

Tambem as taboas dos senos naturaes são empregadas com vantagem, quando se quer achar, sem descrever arcos,

pontos taes como K que servem para construcções e verificações importantes.

O ponto K póde ser collocado no plano por meio do transferidor, fazendo do centro d com o raio dB um arco igual ao duplo de BEC, ou então fazendo em B e com o lado BC o angulo $CBM = DEC = 50° - 23° = 27°$; e collocando depois sobre a linha BM a distancia BK igual ao seno de $23° \times 2 = 39{,}07 \times 2 = 78{,}14$, numero que deve ser multiplicado por 2, 3, 4, 5, etc. conforme se tenha dado para valor do raio 200, 300, 400, 500, etc. partes iguaes.

Quando acontece o angulo BED, sob o qual observou-se o lado BD, ser muito pequeno, usamos então dos senos naturaes para achar o ponto K; tambem nos servimos dos senos naturaes quando não podemos contar com grande exactidão nos transferidores dos quaes nos devemos servir para achar os centros dos circulos a descrever.

Se os lados observados fossem tão pequenos como os que estão traçados no nosso plano, poderiamos achar os raios, e por conseguinte os centros dos circulos a descrever, sem comtudo precisarmos levantar perpendiculares ao meio destes lados, usando sómente da escala de cordas de um compasso de proporção; mas, além de ser este meio raras vezes praticavel por causa da grande extensão dos lados observados, tem a desvantagem de não ser exacto quando o angulo observado fôr muito agudo ou então proximo de 90°; esta é a razão por que raras vezes devemos emprega-lo.

Póde-se emfim achar o centro de um circulo a descrever sobre um lado qualquer, sem o soccorro das perpendiculares, fazendo em cada extremidade desse lado um angulo igual ao complemento do angulo sob o qual esse lado foi observado; este methodo, porém, não poderá tambem servir quando o angulo fôr muito agudo ou proximo a 90°.

Quando se termina o plano de construcção com todas as suas sondas, etc. ordinariamente o papel acha-se sujo, de modo que torna-se preciso construir outro, o que se faz applicando-o sobre uma folha de papel limpo, e picando com uma

agulha todos os pontos que designam as sondas e objectos notaveis da costa. Neste segundo plano faz-se o contorno da costa, dos rochedos, bancos, etc., e escrevem-se as sondas, préviamente reduzidas á baixa-mar. Este plano é pois o resumo de todas as operações.

Reducção das sondas.

Chama-se reduzir as sondas a operação de tirar um numero de pés d'agua conveniente, dos algarismos que indicam as sondas achadas durante um certo numero de dias, de modo que não se colloque sobre o plano senão a profundidade que se acharia no momento preciso da baixa-mar das aguas vivas.

Para fazer a reducção das sondas com exactidão, é preciso que se haja observado sobre uma escala collocada junto á praia, a elevação do mar de 10 em 10 minutos ou de quarto em quarto de hora,em todo o tempo da duração dos trabalhos, e conhecer tambem a qual das divisões desta escala chega a agua nas mais baixas marés, o que se póde saber pelas observações feitas na época dos equinoxios, ou comparando a escala sobre a qual se faz as observações diarias, com uma outra escala fixa e pouco afastada do lugar em que se sonda.

Esta comparação faz-se observando ao mesmo tempo as marés sobre as duas escalas, em muitos dias seguidos; e como se sabe pela escala fixa quanto o mar se eleva cada dia sobre o seu mais baixo nivel, é facil concluir qual o ponto mais baixo a que elle chega na escala por onde se faz a reducção das sondas.

E' essencial que as escalas de marés ou mareometros, sejam collocadas o mais perto possivel da entrada dos portos, porquanto tem-se dado muitos casos de haver grande differença entre a elevação do mar observada no mesmo instante dentro do porto e em escalas situadas na costa.

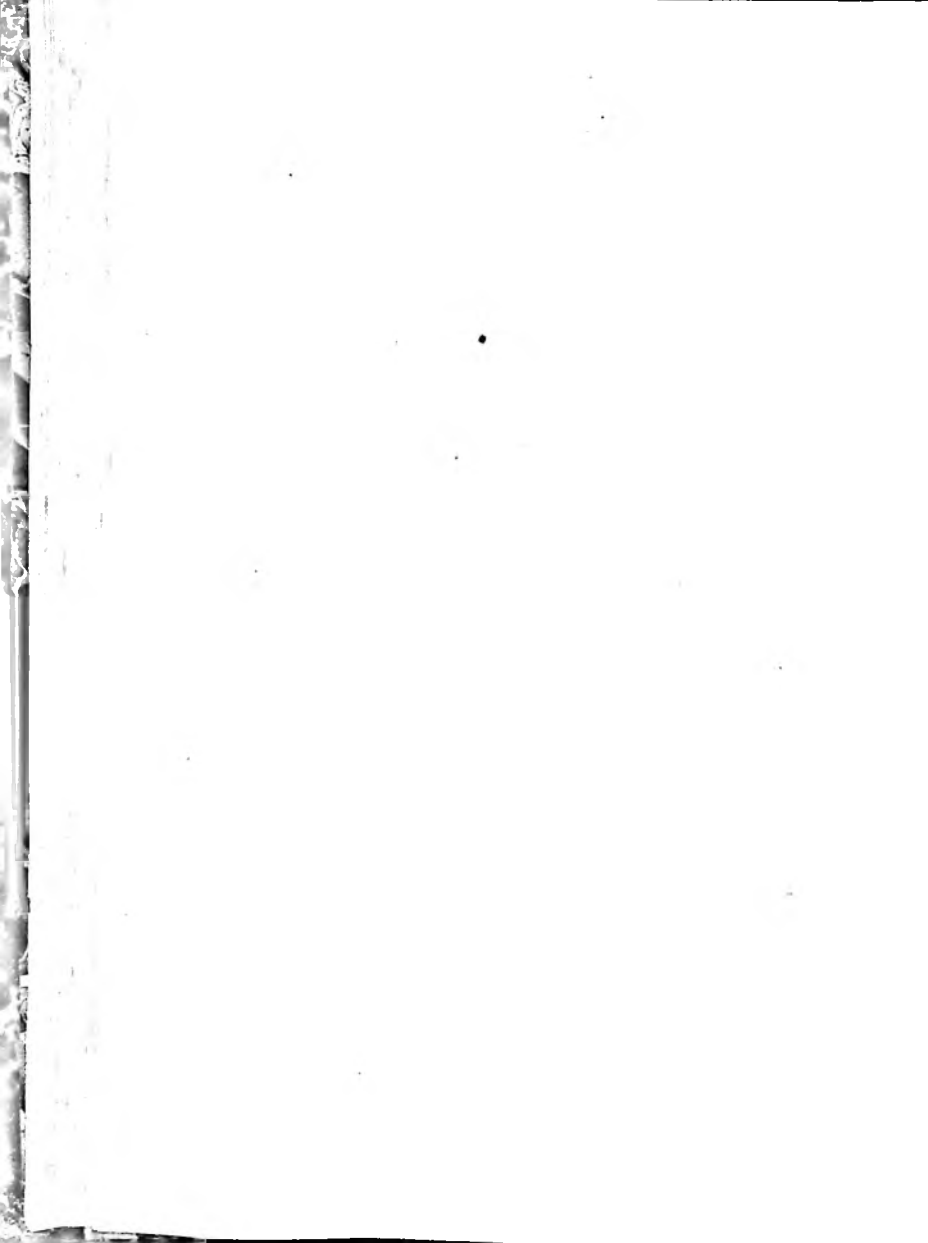
Depois de termos mostrado os meios geralmente emprega-

dos para fixar as posições das sondas, bancos, lages, etc., devemos recommendar o maior cuidado nas operações trigonometricas que se fazem em terra, para determinar as posições dos signaes e objectos notaveis, sobre os quaes tomamos angulos durante a sondagem.

Casos ha em que o menor erro sobre a posição de um signal occasiona grandes differenças nas posições dos pontos donde foram observados.

O que fica dito até aqui é bastante para habilitar qualquer pessôa a levantar uma planta hydrographica, e muito principalmente os Srs. Guardas-Marinha, cujas idéas devem ainda achar-se vivamente impressionadas pelas tão eloquentes quam sabias prelecções do illustrado lente do 3º anno o Sr. Dr. Sayão, que toma um zelo e interesse verdadeiramente paternaes em cultivar as intelligencias dos seus discipulos. (*)

Acrescentaremos ainda o methodo de construir uma carta maritima pelo systema mais moderno e seguido, e completaremos este compendio com as compilações do que ha de melhor sobre nivelamentos, tanto geodesicos como barometricos.

(*) Este paragrapho foi intercalado no texto da obra na occasião de imprimir-se, como uma prova do respeito e veneração que o autor consagra ao seu illustre e digno mestre.

CAPITULO IV.

CARTAS MARITIMAS.

As cartas maritimas são destinadas a representar, sobre uma superficie plana, porções mais ou menos extensas da superficie do globo terrestre.

O systema adoptado para a construcção das cartas em uso na marinha, é devido a Gerard Mercator, geographo dos Paizes Baixos.

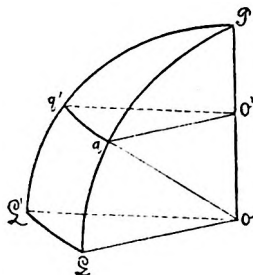
Neste systema os meridianos são representados por linhas rectas parallelas; as distancias destas rectas entre si são iguaes ás distancias dos meridianos que representam, contadas sobre o equador. O equador e os parallelos são representados por linhas rectas perpendiculares ás primeiras, e as distancias destas rectas ao equador são determinadas pela condição seguinte:

Duas linhas quaesquer traçadas sobre a carta, se cortam debaixo do mesmo angulo que as curvas esphericas por ellas representadas.

Lemma.—Um arco de parallelo é igual ao arco correspondente do equador multiplicado pelo coseno da sua latitude.

Seja O (fig. 45) o centro da esphera terrestre, P um pólo terrestre, PQ e PQ' dous meridianos. Procuremos a relação

que existe entre o arco do parallelo $q\ q'$ e o arco do equador $Q\ Q'$ que lhe é correspondente.

Fig. 45.

Os angulos $q\ o'\ q'$, $Q\ O\ Q'$ são iguaes, e $\frac{\text{arc. } q\ q'}{\text{arc. } Q\ Q'} = \frac{o'\ q}{O\ Q}$ se considerarmos a terra como espherica será $O\ Q = O\ q$, e no triangulo rectilineo $O\ q\ o'$, rectangulo em o', ter-se-ha

$$q\ o' = O\ q.\ sen.\ P\ O\ q = O\ \ Q.\ cos\ Q\ O\ q.$$

donde se concluirá

$$arco\ q\ q' = arco\ Q\ Q'\ cos.\ Q\ q.$$

O minuto do meridiano tem um valor constante e igual ao do minuto do equador, e pelo que deixamos dito facilmente se fórma a tabella dos arcos correspondentes de um parallelo e do equador.

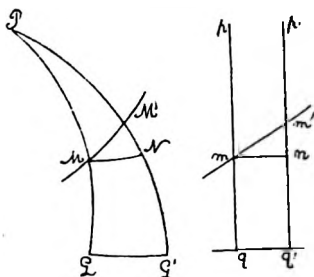
Arco do equador correspondente a um arco de Parallelo de uma milha.

Latitude	0°	30°	45°	60°	70°	80°	85°
ARCO DO EQUADOR	milha 1	m 1,155	m 1,414	m 2	m 2,920	m 5,758	m 11,474

Principio de construcção das cartas maritimas. Latitudes crescidas.

Podendo-se demonstrar que uma curva espherica e a linha que a representa sobre a carta córtam debaixo do mesmo angulo um meridiano dado, satisfaz-se a condição do systema de Mercator.

Sejam, sobre a esphera, dous meridianos $P\,Q$, $P\,Q'$ que distem entre si uma quantidade infinitamente pequena (fig. 46) e $p\,q$, $p'\,q'$ duas rectas parallelas que os representem sobre a carta ; supponha-se ainda $q\,q' = Q\,Q'$. Seja $M\,M'$ uma

Fig. 46.

curva qualquer, $m\,m'$ sua representante sobre a carta, $M\,N$ um parallelo sobre a esphera e $m\,n'$ uma recta parallela a $q\,q'$, sua representante sobre a carta. Póde-se considerar os triangulos $M'\,M\,N$, $m'\,m\,n'$ como rectilineos, os quaes são rectangulos em N, n'. Tambem póde-se exprimir a igualdade dos angulos $P\,M\,M'$, $p\,m\,m'$,ou a igualdade de seus complementos $M'\,M\,N$, $m'\,m\,n'$, pondo $\frac{m'\,n'}{m\,n'} = \frac{M'\,N}{M\,N}$.

Chamemos l a latitude do ponto M, e $d\,l$ o accrescimo $M'\,N$ desta latitude ; chamemos λ a distancia $m\,q$ e $d\,\lambda$ o accrescimo $m'\,n'$ desta distancia ; notemos além disto que $M\,N =$ $= Q\,Q' \cos.\, l = q\,q' \cos.\, l$.

Ter-se-ha

$$d\,\lambda = \frac{d\,l}{\cos.\,l} = d\,l.\ \text{sec.}\ l.$$

Assim, emquanto o accrescimo de longitude é o mesmo sobre a carta que sobre a esphera, o accrescimo de latitude sobre a carta é proporcional á secante desta latitude; as latitudes crescem pois muito mais depressa sobre a carta que sobre a esphera e por esta razão as latitudes da carta são chamadas *latitudes crescidas*.

Dá-se ás cartas maritimas o nome de cartas de latitudes crescidas.

Se concebermos o equador e um meridiano da esphera terrestre divididos em partes infinitamente pequenas e iguaes a Σ, ter-se-ha sobre o equador da carta segmentos iguaes a Σ, e sobre o meridiano da carta segmentos cujos valores successivos, a partir do equador, serão : Σ, Σ sec. Σ, Σ. sec. $2\,\Sigma$, Σ sec. $3\,\Sigma$. . . . .

O valor do arco de merediano comprehendido entre o equador e um parallelo de latitude $l = n\,\Sigma$, ou a latitude crescida de um parallelo de latitude l será :

$$\lambda = \Sigma\left(1 + \text{sec.}\ \Sigma + \text{sec.}\ 2\,\Sigma + \ldots + \text{sec}\,(l - 2\,\Sigma) + \text{sec.}\,(l - \Sigma)\right)$$

ou expresso em minutos

$$\lambda = \frac{\Sigma}{\text{sen}\ 1'}\left(1 + \text{sec.}\ \Sigma + \text{sec.}\ 2\,\Sigma + \ldots + \text{sec}\,(l - 2\,\Sigma) + \text{sec}\,(l - \Sigma)\right)$$

Taboa de latitudes crescidas. — Pelo calculo integral podemos dar á expressão da latitude crescida a fórma mais commoda

$$\lambda = \frac{1}{M\ \text{sen.}\ 1'}\ \text{log. tang.}\ \left(45^{o} + \frac{l}{2}\right).$$

ter-se-ha

$$M = 0{,}4342945\ ;\ \text{log.}\ \frac{1}{M\ \text{sen}\ 1'} = 3{,}8984896.$$

A taboa III de Caillet intitulada « Latitudes crescidas » é

construida por esta formula; o argumento é a latitude. Os gráos de latitude são lidos na linha horisontal superior, os minutos na primeira columna vertical da esquerda; fazendo portanto encontrar estes dous numeros por meio de linhas visuaes acha-se a latitude crescida procurada, expressa em minutos. Querendo approximar até segundos de latitude, considera-se os accrescimos das latitudes crescidas como proporcionaes aos accrescimos de latitude.

Para $l = 22^o\ 30'$ acha-se $\lambda = 1386',\ 10$;
para $l = 63^o\ 15'$ acha-se $\lambda = 4938',\ 12$;

como se vê abaixo.

Supponha-se primeiro $l = 22^o\ 30'$; applicando a formula temos

$$\log.\ \mathrm{tang.}\left(45^o + \frac{l}{2}\right) = \log.\ \mathrm{tg.}\ 56^o\ 15' = 0{,}1751074$$

$$\begin{cases} \log.\ 0{,}1751074 = \bar{1}{,}2433045 \\ \log.\ \dfrac{1}{M\ \mathrm{sen}\ 1'} = 3{,}8984896 \end{cases}$$

$$\log.\ \lambda = 3{,}1417941$$

$$l = 1350' \qquad \therefore\ \lambda = 1386',10.$$

Sendo $l = 63^o\ 15'$ a formula dá

$$\log.\ \mathrm{tang.}\left(45^o + \frac{l}{2}\right) = \log.\ \mathrm{tg.}\ 76^o\ 37'\ 30'' = 0{,}6238383$$

$$\begin{cases} \log.\ 0{,}6238383 = \bar{1}{,}7950720 \\ \log.\ \dfrac{1}{M\ \mathrm{sen}\ 1'} = 3{,}8984896 \end{cases}$$

$$\log.\ \lambda = 3{,}6935616$$

$$l = 3795' \qquad \therefore\ \lambda = 4938',12.$$

Traçar um parallelo e um meridiano de umá carta maritima.

Começa-se por construir uma escala arbitraria de partes iguaes, cada uma das quaes represente um minuto do equador ou um numero exacto de minutos do equador.

Traça-se uma linha recta parallela a uma das margens do

papel, para representar o parallelo inferior da carta, isto é, o parallelo mais visinho do equador; depois uma linha perpendicular á primeira, para representar um dos meridianos extremos da carta. Com a escala de partes iguaes póde-se traçar tantos meridianos quantos se quizer, sendo as distancias de dous meridianos sobre a carta sempre iguaes ás suas distancias contadas sobre o equador.

Para traçar um parallelo de latitude l', procura-se sua latitude crescida λ', depois a latitude crescida λ do parallelo inferior; o valor de $\lambda' - \lambda$ indica a distancia do parallelo da latitude l' ao parallelo inferior. Toma-se sobre a escala de partes iguaes o comprimento que representa o numero de minutos $\lambda' - \lambda$, e aplica-se este comprimento sobre um meridiano da carta, a partir do parallelo inferior; tem-se assim o ponto procurado da linha a traçar, e por conseguinte o parallelo fica determinado. Do mesmo modo ficam determinados todos os mais parallelos que se quer traçar.

Vantagens do systema de Mercator.

Loxodromica.

No mar não se conhece facilmente, a todo o instante, senão a direcção do meridiano sobre o qual nos achamos, direcção que a bussola dá immediatamente, quando é conhecida a variação da agulha; devemos pois referir aos meridianos successivos que atravessamos o caminho a seguir para ir de um ponto a outro.

No systema de Mercator, uma curva que sobre a esphera córta todos os meridianos debaixo do mesmo angulo, é representada sobre a carta por uma linha recta; por conseguinte, para ter-se o angulo que o caminho a seguir deve fazer com um meridiano, basta tirar uma linha recta sobre a carta, do ponto de partida ao da chegada; o angulo que esta linha fizer com o meridiano será o angulo verdadeiro da derrota ou o rumo verdadeiro.

Chama-se loxodromica a linha que, sobre a esphera, córta todos os meridianos debaixo do mesmo angulo. Seguindo-se esta linha não se vai pelo caminho mais curto, que é o arco de circulo maximo, colhe-se porém a vantagem de serem muito mais commodos os calculos que d'ahi resultam.

Reconhecimento de uma costa ou levantamento de uma planta á vela.

Tratando-se de fazer o reconhecimento de uma cósta ou levantar o seu mappa á vela, quer por abranger uma grande extensão de terreno, quer por ser deshabitada e inaccessivel, procede-se do modo seguinte:

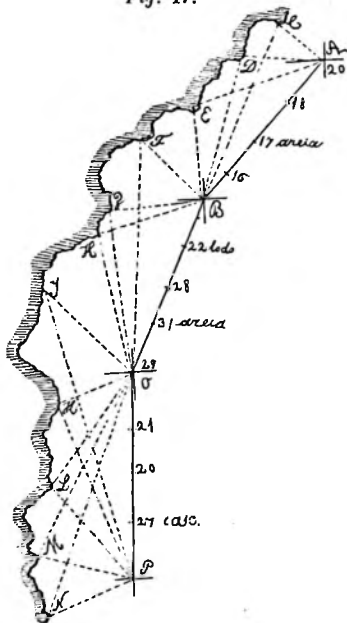
Determina-se astronomicamente a posição do navio, o qual deve achar-se o mais proximo possivel da cósta, e no momento da observação marca-se com uma boa agulha prismatica um objecto notavel, tomando simultaneamente angulos com instrumentos de reflexão, deste objecto a todas as mais pontas, ilhas, rochas, etc.; d'ahi navega-se a um só rumo parallelo á costa, por um espaço de tempo conveniente, notando com precisão a distancia percorrida. A base será então o caminho feito pelo navio, e por conseguinte, se marcarmos deste segundo ponto os mesmos objectos, as intersecções das linhas de marcações, tiradas dos dous extremos, determinarão os pontos pedidos da cósta.

Nesta segunda estação, que é a extremidade da base, ou linha percorrida pelo navio, procede-se como na primeira, marcando tambem outros pontos então visiveis,e assim continua-se durante o dia, havendo sempre o cuidado de tirar a vista da costa, para principiar na manhã seguinte, do ponto em que se houver ficado.

Emquanto os hydrographos se occuparem no levantamento da planta da costa, outro official deve assistir á sondagem, examinando minuciosamente a qualidade do fundo e sua profundidade, e escrevendo em um caderno a hora precisa e os

rumos a que demoravam n'esse instante dous ou mais pontos notaveis da costa.

Supponhamos que ao meio dia determinou-se a posição astronomica do navio A (fig. 47), e no mesmo instante começou-se a trabalhar no levantamento do mappa da costa ao norte do porto ***.

Fig. 47.

Para isto, estando os observadores já preparados, marcou-se com uma bôa agulha prismatica a ponta C, que achou-se demorar ao rumo 42º NE, e outros observadores tomárão rapidamente os angulos $CAD = 34^o$ e $DAE = 52^o$; então, fazendo immediatamente prôa de 46º NO navegamos 10

milhas até *B*, onde tornamos a marcar o ponto *C* por 50° SE e medimos o angulo $CBD = 5°$, $CBE = 38°$, $CBF = 78°$, $FBG = 55°$ e $FBH = 65°$.

D'ahi seguimos outras 10 milhas ao rumo de 70° NO até O, d'onde novamente marcamos o ponto *F* por 80° SE, e os angulos $FOG = 10°$, $FOH = 20°$, $FOI = 60°$ e assim continuou-se até a noite, prumando constantemente com pequenos intervallos. Durante a noite pairou-se ou fundeou-se, de modo que na manhã seguinte pôde-se continuar do ponto onde se ficára.

Para projectar estes pontos sobre o papel, começa-se por construir uma escala de milhas de um comprimento proporcional á grandeza do mesmo, depois toma-se um ponto arbitrario *A* (*fig.* 47) para primeira estação, e construindo sobre elle uma rosa de ventos marca-se com um transferidor o rumo 42° NE, e a partir d'ahi para a esquerda um angulo de 34° e outro de 52° e o rumo que seguimos de 46° NO, por cujos pontos tiraremos os raios *AB*, *AC*, *AD* e *AE* prolongados indefinitamente.

Feito isto toma-se com um compasso, na escala, o numero de milhas percorridas pelo navio, e esta distancia se applica sobre *AB*, a partir do centro *A*; o ponto de recortamento *B* será o segundo extremo da primeira base, onde se procederá exactamente como em *A*, determinando pelas intersecções das linhas de marcação as projecções pedidas *C*, *D*, *E*, &c. O contorno da costa deve ser tirado com a maior attenção para não escapar nenhuma das suas saliencias e reintrancias. Neste exemplo suppozemos não haver variação da agulha, mas no caso em que haja é preciso corrigir os rumos magneticos, pois na construcção do mappa todos os rumos devem ser verdadeiros.

Convém repetir que este methodo só serve para os simples reconhecimentos, ou para levantar o mappa de uma porção de costa cujas extremidades estejam bem determinadas por observações feitas em terra; porquanto as fortes correntes, o vento e mesmo a irregularidade na marcha do navio,

nunca permittem calcular com a necessaria exactidão o caminho andado, e portanto o erro commettido nesta apreciação influe consideravelmente na verdadeira posição dos pontos projectados da costa, e consequentemente na configuração e extensão do mappa.

CAPITULO V.

DAS DIFFERENÇAS DE NIVEL.

As observações e os calculos de que nos temos occupado até aqui, não tem por fim mais do que determinar uma serie de pontos, uns em relação aos outros, do mesmo modo que suas coordenadas rectangulares relativamente a dous eixos fixos. Para completar tudo o que é preciso conhecer sobre suas posições, resta-nos calcular suas alturas respectivas umas acima das outras, ou sua differença de nivel, e deduzir d'essas medidas a altura absoluta ou *altitude* de cada um delles, acima da superficie sobre a qual a base e os triangulos que a ella se ligam foram projectados.

Ainda que a terra tenha a fórma de um ellipsoide de revolução, póde-se comtudo considerar sempre o nivelamento trigonometrico como tendo lugar sobre uma esphera, cujo raio seja igual á normal comprehendida entre o ponto da observação e a linha dos polos. O calculo demonstra que os erros provenientes desta hypothese são quasi sempre inferiores aos erros inherentes ás observações.

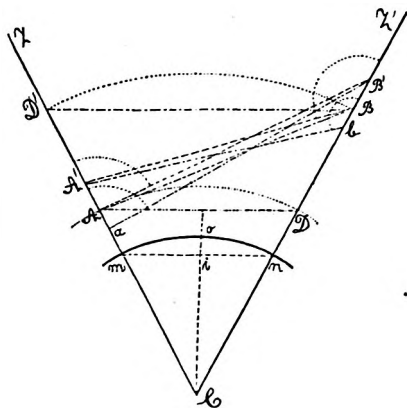
Diz-se que muitos pontos estão no mesmo nivel, quando se acham todos sobre uma mesma superficie semelhante e concentrica á superficie das aguas tranquillas do mar. A distancia de um ponto a esta superficie, se mede ao longo da vertical deste ponto, e exprime sua altura absoluta ou sua depressão em relação a ella.

Toda a curva traçada sobre a terra (suppondo-a espherica) é uma linha de nivel verdadeiro, e toda a recta perpendicular á direcção da gravidade é uma linha de nivel apparente.

Nivelamento Geodesico.

I.—Pelas distancias zenithaes reciprocas e simultaneas.

Estabelecidos os principios precedentes, sejam A e B (*fig.* 48) os vertices de dous signaes, C o centro da terra supposta espherica, CZ, CZ' suas verticaes respectivas, e $mon = K$ a distancia de suas projecções á esphera onde se acha a base da qual se partio para calcular suas posições.

Fig. 48.

Se conhecessemos as distancias zenithaes ZAB, $Z'BA$ e a corda $AD = K'$ do arco que passa pelo ponto A, poder-se-hia

determinar a altura BD, do segundo, acima do primeiro, porque o triangulo BAD dá:

$$(\mathbf{A})\ldots\ BD = dN = \frac{K' \text{ sen. } BAD}{\text{sen. } ABD} =$$

$$= \frac{K' \text{ sen. } (ZAB + DAC)}{\text{sen } Z'BA}.$$

Não se trata pois, senão de obter os valores das diversas quantidades que entram nesta equação.

A refracção faz, como se sabe, parecerem os objectos mais elevados do que realmente estão; por conseguinte as distancias zenithaes $ZAB' = \delta$, $Z'BA' = \delta'$, que suppõe-se tomadas aos vertices dos signaes A e B, differem das distancias verdadeiras as quantidades $B'AB = r$, $A'BA = r'$; donde resulta que as distancias verdadeiras são:

$$ZAB = \delta + r, \qquad Z'BA = \delta' + r'$$

e dão para somma:

$$ZAB + Z'BA = \delta + \delta' + r + r' = 180^o + C,$$

designando C o angulo formado pelas verticaes dos pontos A e B.

Sendo as observações reciprocas e simultaneas, póde-se admittir $r = r'$, porque as circumstancias atmosphericas que influem sobre estes pequenos angulos serão as mesmas; deduzir-se-ha então da equação precedente:

$$r = 90^o + \tfrac{1}{2}\, C - \tfrac{1}{2}\, (\delta + \delta'),$$

e esta quantidade introduzida nas expressões dos angulos ZAB, $Z'BA$, dará para seus valores:

$$ZAB = \delta + r = 90^o + \tfrac{1}{2}\, C - \tfrac{1}{2}\, (\delta' - \delta),$$

$$Z'BA = \delta' + r' = 90^o + \tfrac{1}{2}\, C + \tfrac{1}{2}\, (\delta' - \delta).$$

Por outra, o triangulo isósceles ACD fornece a relação:

$$DAC = 90^o - \tfrac{1}{2}\, C;$$

ter-se-ha pois, substituindo estes valores na equação (A)

$$dN = \frac{K' \text{ sen. } \frac{1}{2}\, (\delta' - \delta)}{\cos.\ \frac{1}{2}\, (\delta' - \delta - C)}.$$

Para reunir estas duas formulas em uma só, escreveremos:

$$dN = \frac{K' \text{ sen. } \frac{1}{2} (\delta' - \delta)}{\text{Cos. } \frac{1}{2} (\delta' - \delta \pm C)},$$

desenvolvendo o denominador, reduzindo e effectuando a divisão, esta formula torna-se em

$$\textbf{(B)} \ldots\ldots dN = \frac{K' \text{ tg. } \frac{1}{2} (\delta' - \delta)}{\text{Cos. } \frac{1}{2} C} \left(1 \pm \text{tg } \tfrac{1}{2} C . \text{tg. } \tfrac{1}{2} (\delta' - \delta) \right)$$

E' preciso recordar-nos que o signal $+$ convem ao caso em que K' representa o comprimento da corda do arco que passa pelo menos elevado dos dous pontos; e que δ designa a distancia zenithal observada nesse lugar; depois de estabelecidas estas convenções o factor tang. $\frac{1}{2}(\delta' - \delta)$ será sempre positivo.

Se notarmos que, vista a pequenhez do angulo C, póde-se pôr

$$\text{Cos. } \tfrac{1}{2} C = 1 - \frac{C^2}{8}, \text{ e tang. } \tfrac{1}{2} C = \tfrac{1}{2} C,$$

teremos, tomando os logarithmos de ambas as partes e reduzindo

$$\textbf{(C)} \ldots\ldots \log. dN = \log. K' + \log. \text{tang. } \tfrac{1}{2} (\delta' - \delta) +$$

$$+ \frac{M}{8} C^2 \pm \frac{M}{2} C . \text{tang. } \tfrac{1}{2} (\delta' - \delta)$$

Procuremos agora o meio de exprimir a distancia K' em funcção do arco $m\,o\,n = K$, que méde a distancia linear dos dous pontos A e B, sobre o ellipsoide em que se projectou a base e os vertices dos triangulos. Ora, se tirarmos a corda $m\,n$, se designarmos por ρ' o comprimento da grande normal á latitude do ponto A, e por h a altura absoluta deste ponto acima da superficie espherica, da qual esta normal é um raio, teremos

$$AD = K' = \frac{\rho' + h}{\rho'} m\,n$$

Mas a corda $mn = 2\,mi = 2\,\rho'\,\text{sen}\,\frac{C}{2} = \rho'\,C\left(1 - \frac{C^2}{24}\right) =$
$= K\left(1 - \frac{K^2}{24\,\rho'^2}\right)$, no caso de substituirmos o arco C pelo seu valor $\frac{K}{\rho'}$ em partes do raio ; logo

$$K' = K\left(1 + \frac{h}{\rho'}\right)\left(1 - \frac{K^2}{24\,\rho'^2}\right).$$

Desprezando nesta formula os termos em h^2 e as potencias de $\frac{K}{\rho'}$, superiores á 2ª, tira-se :

$$\log.\,K' = \log.\,K \frac{M}{\rho'}\,h - \frac{M}{24\,\rho'^2}\,K^2.$$

Este valor sendo substituido na equação (C), depois que se tiver mudado o arco C por $\frac{K}{\rho'}$ e feito a reducção, a transformará na seguinte :

$$(1)\ldots\ldots \log.\,dN = \log.\left(K.\,\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}(\delta' - \delta)\right) + \frac{M}{\rho'}\,h \pm$$

$$\pm \frac{M}{2\,\rho'}\,K\,\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}\,(\delta' - \delta) + \frac{M}{12\,\rho'^2}\,K^2.$$

II.— Por meio de uma só distancia zenithal.

Se substituirmos na equação **(1)**, $\frac{1}{2}\,(\delta' - \delta)$ por seu valor tirado da relação

$$\delta + r = 90^\circ + \tfrac{1}{2}\,C - \tfrac{1}{2}\,(\delta' - \delta)$$

teremos

$$\log.\,dN = \log.\frac{K}{\text{tg.}\,(\delta + r - \frac{1}{2}\,C)} + \frac{M}{\rho'}\,h \pm \frac{M}{2\,\rho'}\,\frac{K}{\text{tang.}(\delta + r - \frac{1}{2}\,C)} + \frac{M}{12\,\rho'^2}\,K^2.$$

Fazendo

$$r = 90^\circ + \tfrac{1}{2}\,C - \tfrac{1}{2}\,(\delta' + \delta) = n\,C = n\,\frac{K}{\rho'\,\text{sen.}\ 1''}$$

em conformidade com a theoria da refracção, da qual resulta

ser o pequeno angulo r proporcional aos que comprehendem as verticaes dos pontos A e B, ter-se-ha emfim :

$$(2) \ldots \log. dN = \log. \frac{K}{\text{tang.}\left(\delta - \frac{1-2n}{2}C\right)} + \frac{M}{\rho'}h \pm \frac{M}{2\rho'} \frac{K}{\text{tang.}\left(\delta - \frac{1-2n}{2}C\right)} + $$

$$+ \frac{M}{12\rho'^2}K^2.$$

Adiante veremos como se determina o valor da quantidade constante n que entra nesta formula.

III.—Pela distancia zenithal do horisonte do mar.

Se do ponto B (fig. 49) perceber-se o horisonte do mar, poder-se-ha determinar a altura BB' pela unica observação da

Fig. 49.

distancia zenithal ZBA' desse horisonte, designando A' a posição apparente do ponto A, produzida pela refracção. Para isto tire-se o raio AC e designemo-lo por ρ'. O triangulo rectangulo BAC dará :

$$BC \text{ ou } \zeta' + BB' = \frac{\rho'}{\cos. C},$$

donde se tira

$$BB' = \frac{\rho' (1 - \cos. C)}{\cos. C}$$

ou

$$1 - \cos. C = 2 \operatorname{sen.}^2 \tfrac{1}{2} C,$$

e

$$\cos. C = \cos.^2 \tfrac{1}{2} C - \operatorname{sen.}^2 \tfrac{1}{2} C;$$

logo, substituindo estes valores e effectuando a divisão, teremos

$$BB' = 2 \zeta' \operatorname{tang.}^2 \tfrac{1}{2} C (1 + \operatorname{tang.}^2 \tfrac{1}{2} C).$$

Se tomarmos o arco expresso em partes do raio pela tangente, o que nos é permittido, porque esta hypothese não produzirá senão o erro de um metro sobre uma elevação de 4.600; a altura procurada terá para expressão:

$$A = \frac{\rho'}{2} C^2 \left(1 + \frac{C^2}{4}\right)$$

O angulo C tem para valor a expressão $HBA' + A'BA = \delta - 90^o + n\, C$, donde se tira

$$C = \frac{\delta - 90^o}{1 - n}$$

Antes de introduzir este valor na nossa formula, é preciso multiplical-o pelo seno de 1", afim de converter em partes do raio o arco $\frac{\delta - 90^o}{1 - n}$; o que dará

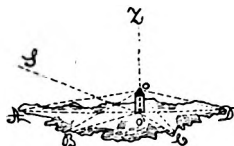
$$(\mathbf{D}) \ldots A = \tfrac{1}{2} \zeta' \left(\frac{\operatorname{sen.} 1''}{1 - n}\right)^2 (\delta - 90^o)^2 \left(1 + \tfrac{1}{4} \left(\frac{\operatorname{sen.} 1''}{1 - n}\right)^2 (\delta - 90^o)^2\right)$$

e por conseguinte, por meio das equações e dos logarithmos,

$$(3)\ldots \log.\ Altura = \log.\ \frac{\rho'}{2}\left(\frac{\text{sen. }1''}{1-n}\right)^2 + \log.\ (\delta - 90^\circ)^2 +$$

$$+ \frac{M}{4}\left(\frac{\text{sen. }1''}{1-n}\right)^2 (\delta - 90^\circ)^2$$

Apoiando-nos sobre esta formula podemos determinar com muita exactidão, por meio de distancias zenithaes, os limites de um banco de areia ou de rochedos, sobre o qual haja uma torre de conveniente altura. Para isto toma-se primeiramente muitas series de distancias zenithaes do horisonte do mar, no momento da baixa-mar, em seguida observa-se as distancias zenithaes $ZOA = \delta$, $ZOB = \delta'$.... dos diversos pontos cuja reunião fórma o limite do banco *ABCD*.... (fig. 50), assim como os angulos *SO'A*, *SO'B*... feitos pelas projecções horisontaes dos planos verticaes *ZOA*, *ZOB*.... com um signal conhecido *S*. (Lê-se estes angulos sobre o limbo horisontal do theodolito).

Fig. 50.

Isto posto, deduziremos da distancia zenithal do horisonte do mar, por meio da formula precedente, a altura $OO' = h$ do instrumento acima do nivel do mar, no momento da observação; os triangulos rectangulos *OO'A*, *OO'B*... darão depois $AO' = h.$ tang. $(180^\circ - \delta)$, $BO' = h.$ tang. $(180^\circ - \delta')$; portanto com estes dados e com os angulos observados *SO'A*, *SO'B*... teremos todos os dados necessarios para construir graphicamente, sobre o plano de construcção, o limite *ABCD*.... do banco, no instante da baixa-mar. Este processo será tanto mais rigoroso quanto a elevação da torre fôr mais consideravel, e quanto mais exactamente fôr conhe-

cida sua altura acima do nivel do mar; será tambem de grande conveniencia deduzil-a de um nivelamento geodesico.

Correcções diversas que devem soffrer as distancias zenithães observadas, antes de serem empregadas nos calculos.

I.—Reducção das distancias zenithães aos tópes dos signaes, e medida da altura desses tópes acima do instrumento.

Como na pratica as observações são feitas abaixo dos tópes dos signaes em a, b (fig. 48), as distancias zenithães δ, δ' não são dadas immediatamente; ora, se chamarmos Δ, Δ' as que foram observadas nesses pontos, teremos:

$$Z\ A\ B' = Z\ a\ B' + A\ B'\ a = \Delta + d\ \Delta,$$
$$Z'\ B\ A' = Z'\ b\ A' + B\ A'\ b = \Delta' + d\Delta'.$$

Se designarmos actualmente por $d\ H$, $d\ H'$ as alturas $A\ a$, $B\ b$ do tópe de cada signal acima do centro do instrumento, e se observarmos que, com uma pequenissima differença, $A\ B' = A\ D = K' = K$, ter-se-ha pelo triangulo $A\ B'\ a$:

$$\text{sen.}\ d\ \Delta = \frac{d\ H.\ \text{sen.}\ \Delta}{K}$$

donde se tira em segundos,

$$d\ \Delta = \frac{d\ H.\ \text{sen.}\ \Delta}{K\ \text{sen.}\ 1''}$$

e por conseguinte,

$$\delta = \Delta + \frac{d\ H.\ \text{sen.}\ \Delta}{K.\ \text{sen.}\ 1''}.$$

ter-se-ha do mesmo modo:

$$\delta' = \Delta' + \frac{d\ H'\ \text{sen.}\ \Delta'}{K.\ \text{sen.}\ 1''}.$$

Nem sempre se póde medir directamente a altura $d\ H$ do

tôpe do signal acima do centro do instrumento ; os meios a empregar para obtel-a dependem da fórma do edificio sobre que elle se acha. Se fôr terminado por uma torre ou flécha conica ou octogonal, e que se esteja em B (fig. 51) faremos

Fig. 51.

duas secções ab, cd, parallelas e horisontaes, depois mediremos os diametros $2\,R$, $2\,r$ do cône circumscripto á piramide, assim como a distancia que os separa ; então, designando por $d\,H$ a elevação SB da flécha, acima da primeira secção, que se suppõe feita na altura do instrumento, teremos :

$$\frac{R}{r}=\frac{dH}{dH-h}, \text{ donde se tira: } dH=\frac{hR}{R-r}.$$

Se, em vez de medir a distancia h entre as duas secções, o que algumas vezes é mui difficil, se tomasse o comprimento $a\,c=l$ da parte da arésta comprehendida entre ellas, então o valor de dH seria

$$dH=\frac{R}{R-r}\left(\left(l+(R-r)\right)\left(l-(R-r)\right)\right)^{\frac{1}{2}}$$

Os raios R e r se obterão medindo as circumferencias das duas secções, se a flécha fôr conica, e se ella fôr piramidal serão deduzidos das equações trigonometricas, nas quaes se substituirão por a e a' os comprimentos dos lados dos polygonos regulares destas secções.

Quando a flécha fôr muito aguda, o methodo precedente não será de sufficiente exactidão, porque um ligeiro erro na medida dos comprimentos R, r, e h ou l póde occasionar um erro mui notavel no comprimento de $d\ H$; recorre-se então ao processo seguinte, do qual Delambre fez uso muitas vezes; seja B (fig. 51) o lugar do sino na occasião em que se fez a observação da distancia zenithal $Z'BA$ do signal A, do qual se observou os angulos ZAB, ZAS cuja differença nos dá a conhecer o angulo A; se do ponto B abaixar-se sobre a recta AS a perpendicular BI, ficarão formados dous triangulos rectangulos BIS, BIA, dos quaes tiraremos a relação seguinte: $BI = BS.\ \text{sen.}\ S = AI\ \text{tang.}\ A$, a qual fornecerá para BS, ou dH a expressão

$$dH = \frac{AI.\ \text{tang.}\ A}{\text{sen.}\ S}$$

Considerando a extrema pequenhez do angulo A, teremos com muita approximação:

$$AI = AB = K \quad (\text{dist. conhecida dos dous signaes } A \text{ e } B),$$

e

$$S = 180^\circ - Z'BA$$

Se nesta ultima equação substituirmos por $Z'BA$ seu valor, dado mais ácima, ella se tornará em

$$S = 90^\circ - \tfrac{1}{2}\ (\delta' - \delta + C)$$

Se actualmente substituirmos ainda estas diversas quantidades na expressão acima, de dH, ella se transformará na seguinte:

$$dH = \frac{K.\ \text{tang.}\ A}{\cos.\ \tfrac{1}{2}\ (\delta' - \delta + C)}$$

Deste modo bastará tomar as distancias zenithaes δ, δ', δ''

dos pontos B, A, S, e exprimir C em segundos, por meio do valor do arco K que elle comprehende, isto é, pondo

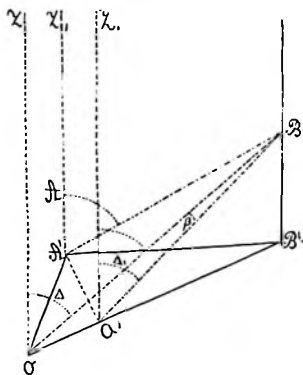
$$C = \frac{K}{\rho' \text{ sen. } 1''}.$$

2.ª — Reducção das distancias zenithaes ao centro da estação.

As distancias zenithaes Δ, Δ' que entram nas equações

$$\delta = \Delta + \frac{dH \text{ sen. } \Delta}{K. \text{ sen. } 1''}, \quad \delta' = \Delta' + \frac{dH' \text{ sen. } \Delta'}{K. \text{ sen. } 1''},$$

suppõe-se observadas do centro de cada signal, o que geralmente não tem lugar; é preciso pois, em rigor, applicar-lhes uma pequena correcção antes de servirmo-nos dellas nas formulas dadas mais acima. Supponhamos que O (fig. 52) seja o ponto donde se observou o angulo $ZOB = \Delta$, e que A', B' sejam aquelles em que as verticaes dos signaes A, B, encontram o plano horizontal $O\,A'\,B'$.

Fig. 52.

Se abaixarmos do ponto A' uma perpendicular sobre OB',

e em O' se tirar a vertical $O'Z_1$ ter-se-ha, chamando Δ_1 o angulo $Z_1 O'B$:

$$\Delta_1 = \Delta - \beta;$$

mas suppondo $O'B = A'B' = K$, o triangulo OBO' dará :

$$\frac{\text{sen. } \beta}{\text{sen. } BOO'} = \frac{OO'}{O'B}$$

donde se tira

$$\beta = \frac{OO' \cos. \Delta}{K. \text{sen. } 1''};$$

considerando por outro lado, teremos pelo triangulo rectangulo $OO'A'$:

$$OO' = r. \cos. y$$

designando r a distancia do ponto de estação ao centro do signal, e y o angulo comprehendido entre o ponto que se observa e este mesmo centro; por conseguinte a distancia zenithal reduzida será :

$$\Delta_1 = \Delta - \frac{r. \cos. y. \cos. \Delta}{K. \text{sen. } 1''}$$

Tomar-se-ha este valor pelo da distancia zenithal verdadeira $Z_{11} A'B$, porque em todos os casos possiveis poderemos suppôr iguaes entre si as distancias $O'B'$, $A'B'$, hypothese da qual resulta a igualdade dos triangulos $O'B'B$, $A'B'B$.

Para fazer uso desta formula recordar-nos-hemos que y se conta desde 0° até 360°, começando do ponto da observação para a esquerda.

Distancia e differença de nivel entre dous pontos dos quaes se medio as distancias zenithaes.

Na fig. 48 temos approximadamente $AB = AD = 2\rho' \text{sen} \frac{C}{2}$, designando ρ' o raio AC; além disto, a equação

$$n\, C = 90^\circ + \tfrac{1}{2}\, C - \tfrac{1}{2}\, (\delta' + \delta)$$

dá:

$$C = \frac{180^\circ - (\delta' + \delta)}{2\,n - 1}$$

donde se tira

$$\operatorname{sen} \frac{C}{2} = \frac{\cos.\ \frac{1}{2}\ (\delta' - \delta)}{2\,n - 1}$$

em razão da pequenhez do angulo $\frac{C}{2}$.

Substituindo este valor no de K, teremos para esta distancia

$$K = \frac{2\,\rho'}{2\,n - 1} \cos.\ \tfrac{1}{2}\ (\delta' + \delta),$$

e esta quantidade substituida na equação **(B)** do principio deste capitulo, na qual nos limitamos ao primeiro termo, suppondo além disto $\cos.\ \frac{C}{2} = 1$, dará para a differença de nivel

$$d\,N = \frac{2\,\rho'}{2\,n - 1} \cos.\ \tfrac{1}{2}\ (\delta' + \delta) \operatorname{tang.}\ \tfrac{1}{2}\ (\delta' - \delta).$$

E' inutil accrescentar que se deverá ter mui pouca confiança nos resultados obtidos por este processo.

Calculo da distancia zenithal de um ponto por meio de sua distancia linear, de sua differença de nivel e de sua distancia zenithal em relação a um outro ponto.

Da equação **(B)**, na qual suppõe-se conhecidas as quantidades K, $d\,N$, δ, desprezando a segunda potencia de tangente $\frac{1}{2}\ (\delta' - \delta)$, o que é permittido em attenção á pequenhez do angulo $\frac{1}{2}\ (\delta' - \delta)$, tira-se:

$$\operatorname{tang.}\ \tfrac{1}{2}\ (\delta' - \delta) = \frac{d\,N}{K} \cos.\ \tfrac{1}{2}\ C,$$

e por conseguinte, para o valor em segundos de $(\delta' - \delta)$, tomando o arco pela tangente, e substituindo $\cos.\ \frac{1}{2}\ C$ por seu valor $1 - \frac{K^2}{8\,\rho'^2}$: acharemos

$$\delta' - \delta = 2 \frac{dN}{K.\ \text{sen.}\ 1''} \left(1 - \frac{K^2}{8\rho'^2}\right),$$

donde se tira

$$\log.\ (\delta' - \delta) = \log.\ 2 \left(\frac{dN}{K.\ \text{sen.}\ 1''}\right) - \frac{M}{8\rho'^2} K^2$$

representando por α o numero que corresponde a esta quantidade, teremos então:

$$\delta' = \delta + \alpha$$

Calculo do coefficiente da refracção.

O coefficiente n da refracção, que entra em algumas das formulas precedentes, determina-se observando as distancias zenithaes reciprocas e simultaneas, quando isto fôr possivel, de dous signaes cuja distancia K seja bem conhecida, e introduzindo-as na equação do caso 2.º

$$n = \frac{90^o + \frac{1}{2} C - \frac{1}{2} (\delta' + \delta)}{C}$$

depois de tê-las comtudo reduzido aos vertices dos signaes. Ainda se poderia obtê-lo tomando a distancia zenithal do horisonte do mar, em um lugar cuja altura fôsse exactamente conhecida; porque da equação (D) do caso « 3º » tira-se, despresando o segundo termo que é sempre extremamente pequeno,

$$n = 1 - \text{sen.}\ 1''\ (\delta - 90^o) \sqrt{\frac{\rho'}{2A}}$$

Não se deverá comtudo prestar uma grande confiança a este processo, porque é pouco provavel que as circumstancias atmosphericas sejam as mesmas nas duas extremidades do raio visual.

Observações multiplicadas têm dado para este coefficiente $n = 0{,}08$. Seu valor é affectado por diversas causas e cir-

cumstancias, a que não se póde attender no calculo, taes como a temperatura e a pressão atmospherica.

Adoptando-o, no caso de não haverem observações particulares nas localidades onde nos acharmos, vê-se que toda a distancia zenithal deve ser augmentada dos oito centesimos da amplitude do arco comprehendido entre as verticaes do lugar da estação e do ponto observado.

Calculo da depressão verdadeira do horisonte.

Chama-se depressão verdadeira o angulo HBA (fig. 49) comprehendido entre o horisonte BH e a tangente BA á superficie terrestre; como se vê, este angulo é igual ao formado pelas verticaes que passão pelo ponto de estação B e pelo ponto de tangencia A.

Ora, o triangulo rectangulo BAC dá, chamando ρ' o raio AC da terra e A a altura BB':

$$\text{Cos. } C. = 1 - 2 \text{ sen.}^2 \tfrac{1}{2} C = \frac{1}{\rho' + A},$$

donde se tira

$$\text{sen.}^2 \tfrac{1}{2} C = \tfrac{1}{2} \frac{A}{\rho' + A}.$$

Como o angulo C é sempre mui pequeno, póde-se tomar o arco pelo seno, e escrever:

$$\frac{C^2}{4} = \tfrac{1}{2} \frac{A}{\rho' + A} = \tfrac{1}{2} \frac{A}{\rho'} \left(1 - \frac{A}{\rho'}\right)$$

Effectuando a extracção da raiz quadrada e dividindo por sen. 1", para ter em segundos este arco que está expresso em partes do raio, tira-se:

$$\text{Depressão verd. ou } C = \frac{1}{\text{sen. } 1''} \sqrt{\frac{2A}{\rho'} \left(1 - \frac{A}{\rho'}\right)};$$

ou ainda, com os logarithmos,

$$\log.\ \text{Dep. verd.} = \log.\left(\frac{1}{\text{sen. }1''}\sqrt{\frac{2}{\rho'}}\right) + \tfrac{1}{2}\log.\ A - \frac{M}{2\rho'}A.$$

Calculo da depressão apparente do horisonte.

A depressão apparente é o angulo formado pelo horisonte sensivel BA' do ponto B (fig. 49) com seu horisonte verdadeiro BH. Elle tem para valor:

$$HBA' = C - n\,C;$$

por conseguinte,

$$\text{Dep. app.} = (1-n) \times \text{Dep. verd.} = \frac{1-n}{\text{sen. }1''}\sqrt{\frac{2A}{\rho'}\left(1-\frac{A}{\rho'}\right)}$$

ou ainda, pelo calculo,

$$\log.\ \text{Dep. app.} = \log.\left(\frac{1-n}{\text{sen }1''}\sqrt{\frac{2}{\rho'}}\right) + \tfrac{1}{2}\log.\ A - \frac{M}{2\rho'}A.$$

Esta é a quantidade que se precisa tirar da altura de um astro, tomada no mar, para se ter sua distancia angular ao horisonte verdadeiro do lugar da observação, fazendo abstracção do effeito produsido sobre elle pela refracção astronomica; neste caso A representa a elevação do olho do observador acima do nivel do mar.

A experiencia tem mostrado que a depressão apparente é mui variavel para uma mesma altura; tambem já se tem imaginado diversos instrumentos para obter sua medida directa; mas desgraçadamente elles dão resultados que quasi sempre differem entre si mais de um minuto, mesmo nas circumstancias mais favoraveis ás observações. Este facto deu-se muitas vezes nas cóstas da Argelia, quando os Srs. Bérard e de Tessan queriam comparar observações feitas successivamente com os depressiometros de Borda e Wollaston.

Medida da extensão do horisonte de um lugar por meio da distancia zenithal do horisonte do mar, ou em funcção de sua altitude.

Se designarmos por K a grandeza, em unidades lineares, do arco C (fig 49) expresso em segundos, teremos

$$K = C \rho' \text{ sen. } 1''$$

mas, em virtude do que precede,

$$C = \frac{\text{Depres. apparente}}{1 - n} = \frac{\delta - 90^o}{1 - n};$$

logo

$$\text{Extensão do horisonte ou } K = \frac{\delta - 90^o}{1 - n} \rho' \text{ sen. } 1''$$

equação na qual bastará substituir δ pela distancia zenithal que se tiver observado.

Se multiplicarmos por « ρ' sen 1'' » a expressão da depressão verdadeira, afim de converte-la em unidade linear, teremos para extensão do horisonte, em funcção da altura A:

$$\text{Extensão do horis.} = C = \sqrt{2 A \rho' \left(1 - \frac{A}{\rho}\right)},$$

e pelo calculo,

$$\text{log. Extensão do hor.} = \text{log.} \sqrt{2 \rho'} + \tfrac{1}{2} \text{ log. } A - \frac{M}{2 \rho'} A.$$

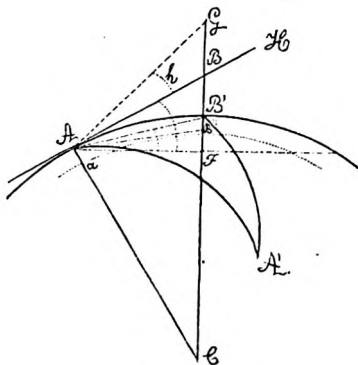
Foram estas as formulas que serviram para calcular os numeros das taboas 1.ª e 3.ª.

Determinação da altura absoluta ou altitude de um lugar por meio de sua distancia angular ao horisonte do mar, e de sua distancia linear ao ponto de estação.

Seja $GAB = h$ (fig. 53) a altura angular do cume de uma montanha acima do horisonte AH; se descrevermos o arco

AB' com a distancia AC do ponto A ao centro da terra, se tirarmos depois as verticaes AC, CG, a corda AB' e a perpendicular AF sobre CB', teremos para valores dos angulos BAF, $B'AF$:

$$BAF = C \quad , B'AF = \frac{C}{2},$$

Fig. 53.

e por conseguinte, por meio dos triangulos rectangulos AFG, AFB':

$$B'G = FG - FB' = AF\left(\text{tang.}\,(h + C) - \text{tang.}\,\frac{C}{2}\right),$$

$$B'G = \frac{\rho' \text{ sen.}\,C.\ \text{sen}\left(h + \frac{C}{2}\right)}{\cos.(h + C)\cos.\,\frac{C}{2}},$$

designando ρ' o raio AC; mas

$$\text{sen.}\,C = 2\,\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}\,C.\ \cos.\,\tfrac{1}{2}\,C,$$

logo

$$BG' = 2\,\rho'\,\frac{\text{sen.}\left(h + \frac{C}{2}\right)\text{sen.}\,\frac{C}{2}}{\cos.\,(h + C)}.$$

Portanto, para se ter a altura d'um lugar que se perceber

do ponto A, situado no mar, será preciso tomar com um instrumento de reflexão a altura angular $G\ A\ B'' = H$, corrigil-a da depressão apparente e da refracção, depois substituir por h este valor correcto na equação precedente, em que se suppõe ser dada a amplitude C do arco $A\ B'$, e ajuntar finalmente á altura calculada a altura $A\ a = e$, do olho acima da superficie da agua. As formulas que resolvem a nossa questão são pois as seguintes:

$$\text{Altitude ou Altura abs.} = e + 2\ \varsigma' \frac{\text{sen.}\left(h + \frac{C}{2}\right)\text{sen.}\ \frac{C}{2}}{\cos.\ (h + C)},$$

$$h = \text{altura observada} - (\text{Dep. app.} + n\ C)$$

$$C = \frac{K}{\varsigma'\ \text{sen.}\ 1''};$$

K sendo o comprimento do arco $A\ B'$ expresso em medidas lineares,

ς' o raio de curvatura na latitude do ponto A, e n o coefficiente da refracção que se suppõe geralmente igual a 0,08.

Se a posição do ponto G não fosse conhecida, determinar-se-hia por observações particulares as de duas estações A e A', situadas a uma distancia conveniente, de modo a formarem com a projecção B', de G, um triangulo $A\ B'\ A'$ com boas condições, e determinar-se-hia ao mesmo tempo o azimuth deste ponto sobre o horisonte de cada uma dellas; depois de têl-as projectado sobre a carta, ahi se collocaria, ajudado por estas marcações, a projecção B' do cume do objecto cuja altura se procura. A altitude ou altura $B'G$ se calcularia depois com as distancias $A\ B'$, $A'\ B' = K$, que se teria obtido por estas construcções e ajudado das alturas angulares H, H' observadas em cada uma das duas estações.

A média dos resultados nunca será rigorósamente exacta, por causa dos elementos defeituósos dos quaes se parte, e da incerteza que existe sobre o valor do coefficiente da refracção, no momento das observações.

A experiencia mostrou aos Srs. Bérard e de Tessan, du-

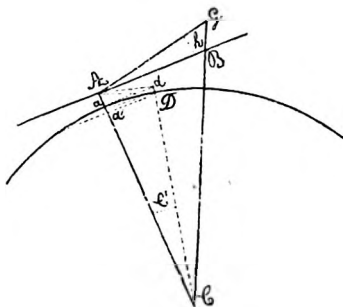
rante a campanha que fizeram ao longo da costa da Argelia, que, sobre alturas de cerca de 1300 metros, o erro commettido não excedia os $\frac{3}{100}$ da altura real. Poder-se-ha pois, apesar disto, ter uma idéa bastante exacta da configuração das montanhas que bordam uma cósta, empregando o processo precedente para determinar as elevações de seus picos principaes.

Como a distancia do ponto de estação ao objecto que se determina é sempre mui pequena, póde-se despresar $\frac{1}{2}$ C no denominador da equação acima e substituir no numerador sen $\frac{C}{2}$ pelo seu arco; ella toma então a fórma seguinte, muito simples, se observarmos que $\zeta'\, C = K$:

$$\text{Altitude} = e + K \text{ tang. } \left(h + \frac{C}{2}\right).$$

Calculo da altura absoluta de um lugar por meio de sua distancia angular á base de uma cósta.

Quando o horisonte se acha limitado pela cósta não se póde fazer mais do que medir o angulo $G\,A\,D$ (fig. 54) do cimo G

Fig. 54.

sobre a origem da praia D; então o valor de h, que é preciso

empregar nas equações ácima, não depende mais da depressão, mas sim do angulo $BAD = I'$, que representa, abstrahindo da refracção, a inclinação do raio visual que termina na base da cósta; tem-se então

$$h = GAD - BAD.$$

Para obter o valor de I' tira-se a corda aD e a tangente ad no ponto a; alem disto abaixa-se de D as perpendiculares Da', Dd sobre aC e ad, depois junta-se A com d; isto feito é claro que teremos as relações:

$$I' = A\ D\ a' = A\ D\ a + a\ D\ a',$$
$$A\ D\ a = A\ d\ a + D\ A\ d - D\ a\ d.$$

Sendo os dous ultimos angulos desta segunda igualdade sempre extremamente pequenos, póde-se suppôr sem erro sensivel o angulo $A\ D\ a = A\ d\ a$; por conseguinte,

$$I' = A\ d\ a + a\ D\ a'.$$

Ora, se se puzer $A\ a = e$, $a\,C = \rho'$, o angulo $A\ d\ a$ será dado pela equação:

$$\text{tang. } A\ d\ a = \frac{e}{a'\ D} = \frac{e}{\rho'\ \text{sen. } C'};$$

donde se tira, visto sua pequenhez,

$$A\ d\ a = \frac{e}{\rho'\ \text{sen. } C.'\ \text{sen. } 1''}.$$

Substituindo este valor no de I', e observando que $a\ D\ a' = \frac{C'}{2}$, virá:

$$I' = \frac{e}{\rho'\ \text{sen. } C'\ 1''} + \frac{C'}{2};$$

mas a refracção eleva um pouço o ponto D; para ter pois a inclinação apparente do raio visual $A\ D$, deve-se tirar deste angulo o effeito por ella produzido; ter-se-ha então definitivamente em segundos, representando por n o coefficiente da refracção:

$$\text{Inclin. app.} = \frac{e}{\rho'\ \text{sen. } C'\ \text{sen. } 1''} = \frac{1 - 2\ n}{2}\ C'.$$

O arco C' se calculará com a equação $C' = \frac{K'}{\rho' \text{ sen. } 1''}$, na qual K' designa a distancia linear do ponto da estação ao pé ou base da cósta; por conseguinte o valor de h, do qual se deverá fazer uso no caso actual, será :

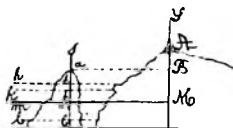
$$h = \begin{Bmatrix} \text{Distancia angular do cume} \\ \text{ao pé ou base da cósta.} \end{Bmatrix} - \left(\text{Inclin. app.} + n \;\; C.\right)$$

Para avaliar a inclinação apparente é preciso conhecer, como se vê, além da altura do olho acima do mar, a distancia do ponto d'estação á praia, expressa em minutos ou segundos; acha-se este segundo elemento traçando sobre a carta a posição do objecto que se observou; se o contorno da cósta não estiver ahi desenhado, proceder-se-ha como se explicou mais acima, quando se tratou de ter a posição do cume da montanha.

Altura dos signaes e do terreno sobre o qual elles estão estabelecidos.

Quando se empregar, para calcular as differenças de nivel, distancias zenithaes reciprocas, observadas por diversas occasiões em circumstancias favoraveis, será possivel obter resultados com um erro apenas de dous metros, para os dous pontos extremos de uma triangulação da primeira ordem.

Se quizer-se deduzir d'esses calculos as alturas absolutas de todos os pontos da rede, acima do nivel médio do oceano, ou suas *altitudes*, dever-se-ha conduzir a cadeia de triangulos até a borda do mar. (Fig 55.)

Fig. 55

Alli tomar-se-hão as distancias zenithaes reciprocas dos dous signaes S, s, afim de concluir d'ellas a differença de nivel

$A\ B$, dos pontos sobre os quaes elles estão estabelecidos; depois, por meio de uma escala dividida em fracções do metro, medir-se-hão na época das grandes marés, as alturas $a\ h$, $a\ b$ e $a\ h'$ do ponto a acima de duas preamares consecutivas $h\ h$, $h'\ h'$ e da baixa-mar intermediaria $b\ b$. A media destas observações fará conhecer a altura $a\ m$ do ponto a acima do nivel médio, e se deduzirá para a altura do pico S acima d'esse plano:

$$h = S\,A + A\,B + a\,m.$$

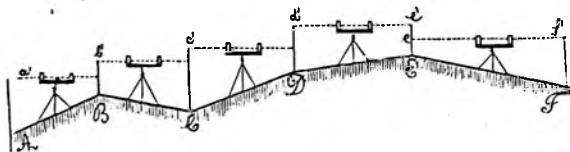
Teremos pois todos os dados necessarios para calcular as alturas absolutas de todos os outros picos da cadeia de triangulos. Tirando de cada uma d'ellas a altura do signal, obter-se-ha a altura do terreno sobre o qual elle repouza. Esta distancia do cume do signal á sua base é igual a $d\ H + d\ T$, representando $d\ T$ a altura da luneta do instrumento acima do terreno.

Córte vertical ou perfil de um terreno.

Quando se quer representar a fórma accidentada de um terreno, determina-se o perfil d'esse terreno, isto é, procura-se as differenças de nivel dos diversos pontos de intersecção delle com uma superficie cylindrica de geratrizes verticaes e de uma base qualquer.

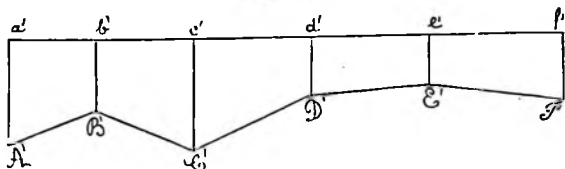
Em geral, é a intersecção do terreno com o plano vertical que se determina.

Nos pontos A, B, C, D, E, F, (fig. 56) que são os mais pro-

Fig. 56.

prios a fazer sentir as sinuosidades do terreno, collocam-se estacas.

Determina-se as differenças de nivel dos pontos *A* e *B*, *B* e *C*, *C* e *D*...... etc., obtidas as quaes, conheceremos a distancia dos pontos *A*, *B*, *C*, *D* ..... etc., á linha de nivel mais elevada *e' d'*.

Traça-se esta linha sobre o papel, e sobre ella toma-se as distancias *a' b'*, *b' c'*, *c' d'*, etc., (fig. 57) iguaes ás distancias dos pontos *A*, *B*, *C*, *D*...... etc., consideradas horisontalmente.

Fig. 57.

Nos pontos *a'*, *b'*, *c'*... etc., abaixam-se perpendiculares *A' a'*, *B' b'*...... etc., que se fazem iguaes ás distancias dos pontos *A*, *B*, *C*...... á linha *c' d'*, juntam-se os pontos *A'*, *B'*, *C'*........ etc., e teremos o perfil procurado.

Figurado do terreno.

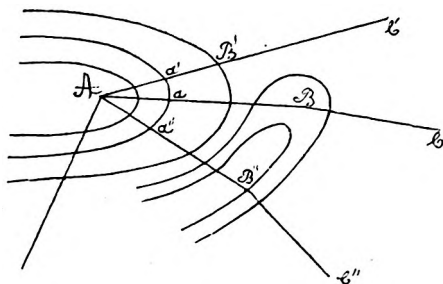
Para representar sobre o plano as sinuosidades do terreno, concebe-se o sólo cortado por uma serie de planos horisontaes equidistantes, e bastante proximos para que de uma secção á outra a superficie do terreno possa ser considerada como conica.

A distancia entre duas secções sobre o plano e sua equidistancia, farão conhecer a obliquidade ou declive do terreno, de uma a outra camada, e a altura de um ponto intermedio acima do plano da secção inferior.

Determinação das curvas de secção.

Póde-se proceder do seguinte modo para determinar a projecção das secções horisontaes :

Partindo de um ponto *A* (fig. 58) determina-se o perfil do terreno, seguindo as distancias *A B*, *B C*..... etc.; *A B'*, *B' C'* ..... etc., *A B"*, *B" C"*..... etc., marca-se sobre as direcções *A B C*, *A B' C'*..... as *cótas* dos differentes pontos do perfil e une-se por um traço continuo os pontos *a' a a"*..... que têm a mesma cóta sabida com antecedencia pela equidistancia das curvas; ou por outra, mede-se os angulos de obliquidade ou declive seguindo *A B*, *A B'*.....; multiplicam-se as cotangentes destes angulos pela equidistancia adoptada, é obtem-se as distancias horisontaes das projecções horisontaes.

Fig. 58.

Simplifica-se este methodo determinando sómente as cótas dos pontos mais importantes ao ponto de vista da fórma do terreno. Reunem-se todos os pontos que têm a mesma cóta, e intercala-se entre dous pontos nivelados, o numero de camadas indicadas por sua differença de nivel

As inflexões destas curvas e seu gráo de approximação entre os pontos determinados, deduzem-se do figurado á vista, do terreno.

Uma vez projectadas sobre o plano as curvas das secções horisontaes, é preciso ahi marcar tambem as linhas que

servem para dar o figurado do terreno; as unicas que se póde obter geometricamente são:

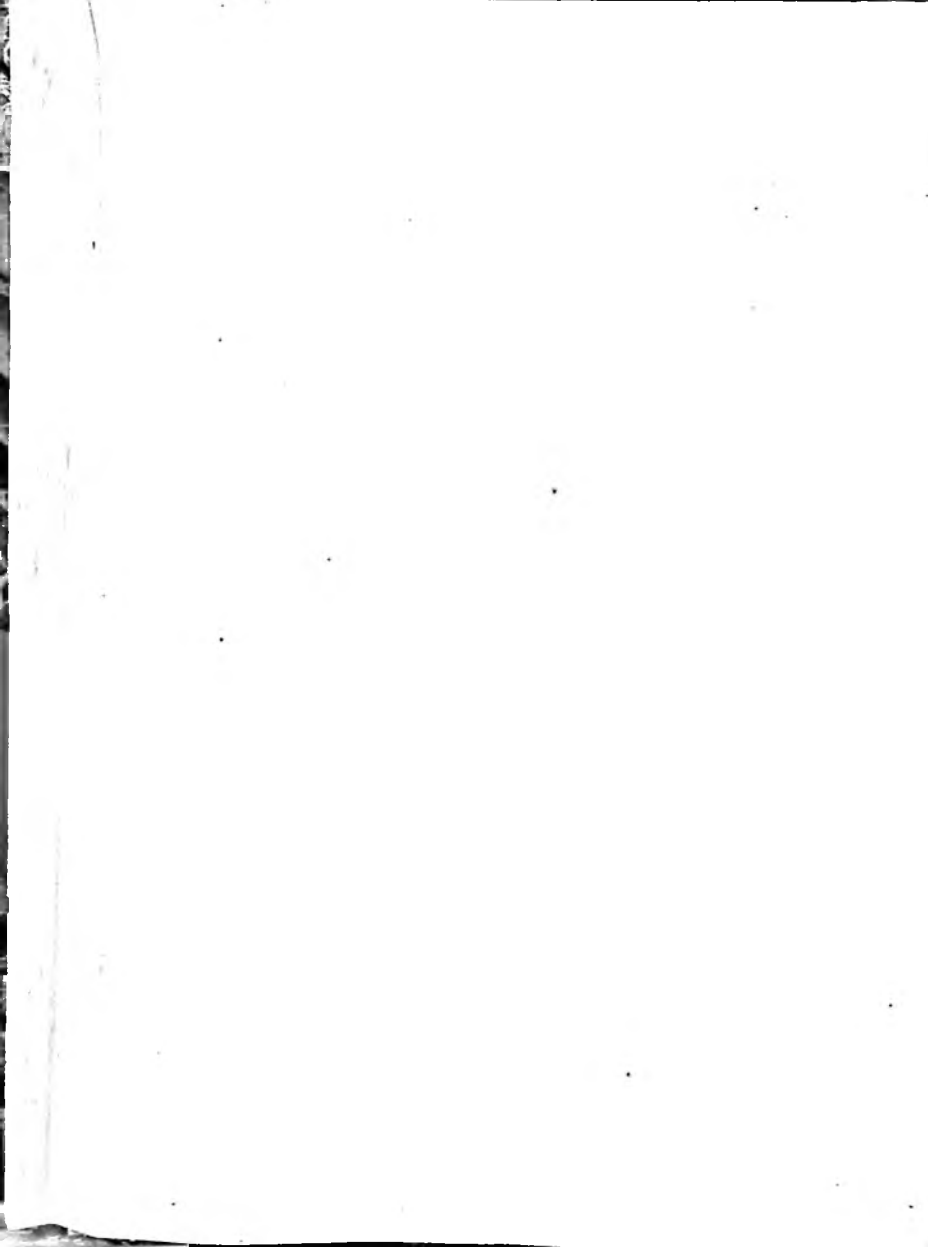
1.º As linhas do cimo ou de divisão.

2.º Os thalweys ou linhas de reunião das aguas.

1.º A linha do cimo é aquella que tem a menor inclinação, partindo de um ponto em todas as direcções, quando se considera o terreno de cima para baixo.

Para achal-a, colloca-se o Eclimetro ou nivel a perpendiculo, em um ponto, e méde-se a inclinação em diversas direcções; a menor indica a linha do cimo. O contrario seria se estivessemos em baixo.

Caminha-se medindo esta linha até o momento em que ella muda de direcção, ahi uma operação analoga, com o Eclimetro, indicará o seu prolongamento, e assim por diante.

2.º Os thalweys, que são mais geralmente indicados por fóssos, rios ou regatos, nos quaes se reunem as aguas que descem das duas vertentes, determinam-se de uma maneira analoga, tendo o cuidado de exprimir em que sentido são considerados, se de cima para baixo, se de baixo para cima.

CAPITULO VI.

NIVELAMENTO BAROMETRICO.

Sabe-se que, mergulhando em um banho de mercurio, um tubo fechado em sua parte superior, e no qual tenha-se estabelecido primeiramente o vácuo, o metal eleva-se por elle até que seu peso faça equilibrio á pressão exercida pela atmosphera sobre a porção de mercurio que resta na bacia.

Tirou-se partido desta propriedade para achar a altura de um ponto qualquer do globo acima do nivel do mar.

Como a medida das alturas pelas observações do barometro póde ser de uma utilidade mui frequente, reunio-se neste capitulo todos os detalhes que se póde desejar, tanto sobre a demonstração da formula rigorosa, como sobre suas applicações.

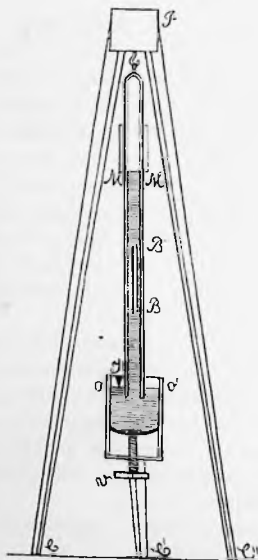
Antes porém de nos occuparmos da formula em uso para este fim, vamos dizer algumas palavras sobre os barometros mais notaveis, os de Fortin e de Gay-Lussac, que gozam de duas propriedades essenciaes: serem portateis e mui exactos.

O primeiro compõe-se de um tubo de vidro cylindrico, bem calibrado, fechado em uma de suas extremidades e com uma bacia contendo mercurio.

Supponhamos que se enche o tubo da mesma materia, virando-o depois de modo que sua abertura mergulhe na

bacia. O mercurio, abaixando-se no tubo até que seu peso faça equilibrio ao da columna de ar que actúa sobre a bacia, deixará vasia a parte superior do tubo. Se pois, por uma causa qualquer, a pressão do ar augmentar na bacia, a columna de mercurio não soffrerá na parte vasia do tubo nenhuma resistencia que a equilibre, e por consequencia se elevará, o que não aconteceria se ahi tivesse-se introduzido qualquer quantidade de ar.

O tubo de vidro é encerrado quasi inteiramente em um encaixe de cobre, que serve a protegel-o. Ao longo deste tubo está applicada ou adaptada uma escala, graduada de baixo para cima, e tendo em sua parte inferior uma pequena ponta de marfim *I*, (fig. 59), cuja extremidade indica zéro, e

Fig. 59.

ao nivel da qual faz-se subir a superficie $O\ O'$ do mercurio, por meio de um parafuso V que móve o fundo da bacia. Certificamo-nos que a ponta I toca esta superficie, examinando sua imagem reflectida no mercurio.

Um annel de metal $M\ M'$, chamado cursôr, abraça o barometro; embaixo está adaptado um vernier que deve dar ao menos o decimo da menor divisão da escala, que é ordinariamente de um millimetro. Emfim, um thermometro mui sensivel $B\ B'$ é applicado immediatamente ao tubo de vidro.

Todo o apparelho é suspenso por um ganchinho a uma peça P, supportada por tres pés $P\ C$, $C''P$, $P\ C'$ que são construidos de maneira a não formarem, quando unidos, mais de uma peça ou bengala, na qual fica encerrado o barometro.

O de Gay-Lussac, do genero dos barometros á *syphon*, é formado por dous tubos de vidro do mesmo calibre, dispostos no mesmo eixo, um acima do outro, e reunidos por um tubo capillar cujas extremidades são recurvadas de modo a dar-lhe a forma indicada na figura 60.

Fig. 60.

As duas extremidades são fechadas, mas pratica-se um pequeno furo T a $0^m,02$ ou $0^m,03$ no alto do tubo inferior. A altura $O\ O'$ da columna barometrica é apreciada por meio de uma escala móvel ou fixa. Se fôr móvel, applica-se o zéro d'ella sobre a horisontal $O\ m$ e tem-se a altura contada a partir deste ponto, por meio de um vernier cursôr adaptado á escala. Se fôr immovel, usa-se de dous verniers, um dos quaes indica o nivel inferior e o outro o nivel superior. A differença dos dous numeros que elles dão fornece a altura da columna, no caso em que o zéro da escala esteja abaixo do nivel inferior; será porém a somma no caso contrario.

O apparelho é encerrado em um bastão, para tornal-o mais seguro e portatil, sempre que se tem de transportal-o de uma a outra estação. E' preciso ter-se então o cuidado de viral-o debaixo para cima com muita precaução, de modo que o chóque do mercurio não quebre o vidro do tubo. Nesta posição o mercurio enche o grande tubo e o tubo capillar, e cahe um pouco no fundo do terceiro, como mostra a fig. 61.

Fig. 61 e 62.

Em alguns barometros a extremidade *A* é aberta, (fig. 62): mas póde-se tapal-a por meio de uma cortiça *C* fixa a um fio de arame, e que por sua pressão fórça o mercurio a encher a extremidade vasia do tubo em *B*.

Neste ponto o tubo se estreita com o fim de amortecer a violencia do chóque do mercurio.

Estes instrumentos bem concebidos, a maneira de empre-

gal-os é muito simples. Dissemos que a pressão atmospherica fazia subir o mercurio no tubo: esta pressão variando necessariamente com a elevação do ponto d'estação, a altura da columna variará igualmente. Ora, quanto mais nos elevarmos, mais o peso do ar diminuirá, e por conseguinte mais o mercurio se abaixará.

Imagine-se um tubo vertical cheio d'ar e que se extenda, desde a superficie da terra, até aos limites da atmosphera. Depois, para simplificar o problema, supponhamos primeiramente que toda esta columna seja composta de ar perfeitamente secco, cuja temperatura seja uma só, e façamos abstracção do decrescimo da gravidade, á medida que nos elevamos, de modo que esta força possa ser considerada como tendo uma igual intensidade em todas as alturas. Estabelecidas estas hypotheses examinemos o estado de equilibrio da columna. E' evidente que cada molécula será comprimida pelo peso de todas as que estão por cima, e como o ar, em virtude de sua elasticidade, se condensa proporcionalmente aos pesos de que está sobrecarregado, concebe-se que a densidade deste ar irá decrescendo de baixo para cima, por uma degradação insensivel. Para descobrir a lei desta degradação divide-se a columna em uma infinidade de camadas mui delgadas, por exemplo, de um millimetro de altura; de sorte que a densidade seja sensivelmente uniforme em toda a altura de uma mesma camada, e varie sómente de uma camada a outra. Então se collocarmos um barometro successivamente em cada uma dessas camadas, a diversas distancias do centro da terra, haverá uma certa relação entre estas distancias, representadas por x_1, x_2, x_3, e as elevações do mercurio no barometro, representadas por H_1, H_2, H_3... E' esta relação que se trata de determinar.

Para isto nota-se que a espessura da primeira camada é expressa por $x_2 - x_1$; o abaixamento do mercurio, elevando-se o barometro acima desta camada é $H_1 - H_2$. Por consequencia, nesta elevação uma columna de ar que tenha para altura $x_2 - x_1$, pesará tanto como uma columna de mercurio

da mesma base, cuja altura seja $H_1 - H_2$. Assim a densidade desta camada comparada com a densidade do mercurio será $\frac{H_1-H_2}{x_2-x_1}$; porque as densidades são reciprocas aos volumes de iguaes pesos.

Mas esta relação entre a densidade da camada e a do mercurio, póde-se ainda avaliar de outro modo, porque em temperaturas iguaes, a densidade de cada camada é proporcional á pressão que ella soffre, isto é, ao peso das camadas superiores. Ora, como se suppõe todas as camadas na mesma temperatura, a pressão que cada uma dellas soffre é proporcional á altura do mercurio no barometro. Assim, nas supposições que admittimos, a densidade das differentes camadas poderá ser representada por CH_1, CH_2, CH_3.... sendo C um coefficiente constante, commum a toda a columna. Desta maneira obtem-se para a primeira camada duas expressões de sua densidade, a saber: CH_1, e $\frac{H_1-H_2}{x_2-x_1}$, igualando uma a outra teremos $CH_1 = \frac{H_1-H_2}{x_2-x_1}$; donde se tira:

$$H_2 = H_1\left(1 - C\,(x_2 - x_1)\right)$$

A mesma relação subsiste na passagem da segunda á terceira camada, da terceira á quarta e assim por diante, ao menos nas supposições que admittimos; de modo que teremos as equações:

$$H_2 = H_1\left(1 - C\,(x_2 - x_1)\right)\ ;\ H_3 = H_2\left(1 - C\,(x_3 - x_2)\right)\ ;$$

$$H_4 = H_3\left(1 - C\,(x_4 - x_3)\right)\ ;\ \&c.$$

Ou, representando por D a espessura da camada, que suppõe-se sempre a mesma:

$$H_2 = H_1\,(1 - CD);\ H_3 = H_2\,(1 - CD);\ H_4 = H_3\,(1 - CD);\ \text{etc. etc.}$$

donde tiraremos os valores seguintes:

$$H_2 = H_1\,(1 - CD);\ H_3 = H_1\,(1 - CD)^2;\ H_4 = H_1\,(1 - CD)^3;\ \text{etc. etc.}$$

E ter-se-ha entre as differenças de nivel e os abaixamentos do mercurio as series correspondentes,

$$x_2 - x_1 = D \ldots\ldots\ldots \frac{H_2}{H_1} = (1-CD)$$

$$x_3 - x_1 = 2D \ldots\ldots\ldots \frac{H_3}{H_1} = (1-CD)^2$$

$$x_4 - x_1 = 3D \ldots\ldots\ldots \frac{H_4}{H_1} = (1-CD)^3$$

A quantidade $1 - CD$ é necessariamente uma fracção, porque C e D são ambos positivos, e qualquer que seja C, póde-se sempre tomar D mui pequeno para que o producto CD seja uma fracção. Então as diversas potencias de $1-CD$ serão cada vez menores. Pela continuação dos valores precedentes vê-se, que, á medida que as alturas acima da primeira estação crescem em progressão arithmetica, as elevações do mercurio no barometro decrescem em progressão geometrica.

Para chegar a este resultado suppõe-se que cada camada de ar de um millimetro de altura, seja por toda a parte de uma igual densidade. Esta supposição não é rigorosamente verdadeira, mas approxima-se tanto mais da verdade quanto menor é a espessura das camadas. Ora, em vez de tomar um millimetro para esta espessura podemos tomar um centesimo de millimetro, ou qualquer outra dimensão ainda menor, o que diminue o erro indefinidamente e faz-nos ainda chegar ás mesmas consequencias. Assim a lei que acabamos de descrever é verdadeira por si mesma e independente de toda a supposição sobre a espessura das camadas. E' isto o que o calculo vai confirmar.

Se representarmos por n a ordem de um termo qualquer, nas duas séries precedentes, e se tirarmos o valor de n: o que se fará na segunda série por meio dos logarithmos: acharemos,

$$n = \frac{x_{n+1} - x_1}{D}, \qquad n = \frac{(\log. H_1 - \log. H_{n+1})}{\log. (1-CD)}$$

donde se tira

$$x_{n+1} - x_1 = -\frac{D\,(\log.\ H_1 - \log.\ H_{n+1})}{\log.\ (1-CD)}$$

$x_{n+1} - x_1$ é a differença de nivel nas duas estações, e para mais simplicidade a designaremos por X. H_1 é a altura do mercurio que corresponde á estação mais baixa e é representada por H. Emfim, H_{n+1} é a altura do mercurio na mais alta estação, a qual designaremos por h, visto não termos mais necessidade dos accentos, que serviam para distinguir as differentes camadas, por não considerarmos senão as extremidades da columna. Teremos então

$$X = \frac{-D}{\log.\ (1-CD)}\,(\log.\ H - \log.\ h)$$

O valor de X parece depender da espessura D que se suppôz nas diversas camadas; mas não depende d'ella realmente. Com effeito, se desenvolvermos o logarithmo de $1 - CD$, ter-se-ha

$$\log.\ (1 - CD) = -\frac{1}{M}\left(CD + \frac{C^2D^2}{2} + \frac{C^3D^3}{3} + \&c.\right)$$

sendo M o modulo das taboas ordinarias, ou expresso em numeros 2,302585092994, por consequencia

$$-\frac{D}{\log.\ (1-CD)} = \frac{M}{C + \frac{C^2D}{2} + \frac{C^3D^2}{3} + \&c.}$$

Suppõe-se a espessura D extremamente pequena; mas para chegar ao ultimo rigôr é preciso faze-la nulla, o que dá

$$-\frac{D}{\log.\ (1-CD)} = \frac{M}{C}$$

então este coefficiente torna-se independente de D, e deve-se attender agora, que, deixando até aqui de suppôr esta quan-

tidade nulla, não fizemos mais do que achar a possibilidade de estabelecer o raciocinio e de effectuar os calculos.

Depois deste resultado teremos a formula

$$X = \frac{M}{C}(\log.\ H - \log.\ h)$$

que quer dizer, que a differença de nivel é proporcional á differença dos logarithmos das alturas do mercurio no barometro.

Resta-nos sómente a conhecer o coefficiente C. Ora, representando por δ a densidade do ar sob a pressão H, e sendo a do mercurio a unidade, tem-se, segundo as convenções precedentes:

$$\delta = CH$$

representando H a altura do mercurio no barometro. Poder-se-hia pois obter o valor de C, se tivessemos por experiencias mui exactas, a relação das densidades do ar e do mercurio, sob uma pressão dada da atmosphera.

Esta relação não é a mesma em todos os paizes, porque em todos elles a gravidade não tem a mesma intensidade, como nos temos certificado por experiencias do pendulo; e a relação $\frac{\delta}{H}$ varia com a gravidade. Com effeito, δ é a densidade do ar sob uma pressão dada, por exemplo, sob a pressão de $0^m,76$. Mas, conforme fôr a gravidade mais forte ou mais fraca, assim tambem uma columna de mercurio, tendo sempre $0^m,76$ de altura, pesará mais ou menos. Por conseguinte o ar submettido a esta pressão será mais ou menos comprimido; ora, por experiencias do pendulo em differentes latitudes, tem-se achado, que chamando 1 a gravidade sobre o parallelo de 45° ou 50°, a gravidade sob uma outra latitude ψ será expressa por

$$1 - 0{,}002837 \cos.\ 2\,\psi.$$

A densidade δ sendo proporcional á gravidade variará na mesma relação, donde se segue, que denominando-a δ sobre o parellelo de 50° e sob a pressão H, ella se tornará, para

uma outra latitude e sob uma columna de mercurio do mesmo comprimento

$$\delta\,(1 - 0{,}002837.\ \cos.\ 2\,\psi)$$

o coefficiente C que exprime a relação da densidade com a altura da columna barometrica, deve pois, variar na mesma proporção, e por consequencia tornar-se-ha em

$$C\,(1 - 0{,}002837.\ \cos.\ 2\,\psi)$$

o que sendo substituido no valor de X, dá

$$X = \frac{M}{C\,(1 - 0{,}002837.\ \cos.\ 2\,\psi)}\log.\left(\frac{H}{h}\right)$$

deste modo bastará achar pela experiencia o coefficiente $\frac{M}{C\,(1 - 0{,}002837)}$ para uma latitude dada; porque então ψ sendo conhecido, conhecer-se-ha tambem $\frac{M}{C}$, e a formula tornar-se-ha applicavel a todas as latitudes possiveis.

Póde-se tornar ainda mais commoda esta formula fazendo desapparecer o denominador, o que é facil, porque a fracção $\frac{1}{1 - 0{,}002837\ \cos.\,2\psi}$ sendo desenvolvida em serie pela divisão dá: $1 + 0{,}002837.\ \cos.\,2\,\psi + 0{,}00000804857.\ \cos.^{4}\ 2\,\psi \ldots + \&c.$ ou simplesmente $1 + 0{,}002837\ \cos.\ 2\,\psi$, limitando-nos ao primeiro termo, que é o unico sensivel. Ter-se-ha então

$$X = \frac{M}{C}\,(1 + 0{,}002837.\ \cos.\ 2\,\psi)\ \log.\ \left(\frac{H}{h}\right)$$

Até aqui suppozemos que o valor do coefficiente C ou $\frac{\delta}{H}$ era o mesmo em todas as camadas da columna, mas isto não acontece na natureza e muitas causas tendem a fazer variar esta relação. A principal é a desigualdade de temperatura das camadas, porque a elasticidade do ar augmenta pelo calor, de sorte que com uma densidade menor ella póde suster uma columna de mercurio igual, o que faz variar a razão $\frac{\delta}{H}$ ou C. Esta relação varia ainda

segundo a maior ou menor quantidade de vapor aquoso que se acha suspenso nas diversas camadas, porque este vapor pesa menos do que o ar secco de igual força elastica; de modo que sua introducção nas differentes camadas as torna susceptiveis de susterem, com uma densidade menor uma columna de mercurio de igual altura. Emfim, o decrescimo da gravidade á medida que nos elevamos, é ainda mais uma causa de mudança ou alteração, porque em virtude deste decrescimo, uma columna de mercurio cujo comprimento fôr H, pesará tanto menos quanto mais se afastar do centro da terra; se ella pesar menos tambem comprimirá menos as camadas de ar para as quaes a transportarmos; logo, a razão de sua densidade para o comprimento da columna de mercurio, ou $\frac{\delta}{H}$ não será a mesma para estas camadas como para as que estão acima. Procuremos avaliar numericamente a influencia dessas diversas causas sobre o coefficiente C.

Comecemos pelo decrescimo da gravidade em linha vertical. Sejam g_1, g_2, g_3, as diversas intensidades desta força nas differentes camadas. Os pesos das columnas de mercurio H_1, H_2, H_3, que ellas solicitam, lhes serão proporcionaes, por consequencia, se todas as outras circumstancias forem iguaes as densidades das camadas de ar que essas columnas comprimem lhes serão tambem proporcionaes. A relação $\frac{\delta}{H}$ ou C, deve pois variar de uma camada a outra, proporcionalmente á gravidade g.

Consideremos agora a acção da temperatura. Em virtude desta causa, uma massa de ar, cujo volume fosse 1 a zero de temperatura, tornar-se-hia, na temperatura t gráos centesimáes, na expressão $1 + t.\ 0,00375$, não mudando a pressão barometrica. Ora, as densidades desta massa, sob uma pressão constante, são reciprocas aos volumes que se lhes faz occupar, por consequencia, se sua densidade a zéro de gráos de temperatura fôr 1, a um numero t de gráos será $\frac{1}{1 + t.\ 0,00375}$,

sendo a pressão sempre a mesma. A relação $\frac{\delta}{H}$ ou C deve pois variar nas differentes camadas proporcionalmente a $\frac{1}{1 + t.\ 0{,}00375}$.

Examinemos emfim a influencia do vapor aquoso. Segundo as experiencias de Saussure e de Watt, o peso deste vapor está para o do ar, como 10:14, sempre que suas forças elasticas e suas temperaturas forem as mesmas, isto é, sempre que o ar e o vapor, estando em uma mesma temperatura, sustenham iguaes columnas de mercurio. A substituição deste vapor nas camadas de ar as torna pois especificamente mais ligeiras sem diminuir a sua elasticidade. Para calcular este effeito, seja H a pressão barometrica que supporta uma certa camada de ar; chamemos F a força elastica do vapor aquoso que ahi se acha, isto é, a parte da pressão barometrica que o vapor sustem. O peso total da camada poderá ser considerado como composto de duas partes, a saber, de uma certa quantidade de vapôr cuja força elastica é F, e de uma certa quantidade de ar atmospherico secco, cuja elasticidade é $H—F$. Seja p o peso total da camada, se ella fôr inteiramente composta de ar secco sob a pressão H. O peso do mesmo volume de ar secco sob a pressão $H—F$, será : $p\ \frac{(H-F)}{H}$.

O peso do mesmo volume sob a pressão F será $\frac{p\ F}{H}$; finalmente, se este volume, conservando-se sempre sob a pressão F, fosse composto todo elle de vapôr aquoso, seu peso seria $\frac{10}{14}$ do precedente, isto é, $\frac{10}{14} \cdot \frac{p\ F}{H}$. Presentemente sabe-se por experiencias muito positivas, que em uma mistura de vapôr e ar, que chegasse a um estado de equilibrio permanente, esses dous fluidos seriam espargidos uniformemente em todo o espaço que elles podem occupar. Assim, o peso da mistura nas proporções precedentes, será igual á somma dos

pesos de ar e de vapôr que occupam o espaço dado, sob as pressões $H—F$ e F, isto é, este peso será :

$$p.\frac{(H-F)}{H} + \frac{10}{11}.\frac{p.F}{H};$$

ou simplesmente $p.\frac{\left(H-\frac{2}{7}F\right)}{H}$. Ora, antes da introducção do vapôr o peso do mesmo volume de ar secco, submettido á mesma pressão H, era representado por p. Sendo as densidades proporcionaes aos pesos, se δ representar a densidade da camada no estado secco, sua densidade no estado humido se tornará em $\delta.\frac{\left(H-\frac{2}{7}F\right)}{H}$ ou $\delta.\left(1-\frac{2}{7}\frac{F}{H}\right)$, sendo a pressão constante.

Vê-se por isto que a introducção do vapôr aquoso nas camadas de ar faz variar a relação $\frac{\delta}{H}$ ou C, proporcionalmente a $1-\frac{2}{7}\frac{F}{H}$.

Resumindo os tres generos de variação que o coefficiente experimenta, vê-se que a sua expressão a mais geral deve ser a seguinte:

$$C = \frac{A\, g\left(1-\frac{2}{7}\frac{F}{H}\right)}{1+t.\,0{,}00375}$$

sendo A uma quantidade constante commum a todas as camadas. Não nos resta mais do que substituir nesta expressão por g, H, F e t, seus valores relativos ás differentes camadas.

Calculemos primeiramente o factor g. Sabe-se que afastando-nos do centro da terra, a intensidade da gravidade é reciproca ao quadrado da distancia. Chamemos x_1, x_2, x_3, essas distancias para as differentes camadas, se chamarmos g_1, g_2, g_3, as intensidades correspondentes da gravidade, teremos:

$$g_1 = g_1;\; g_2 = \frac{g_1 x_1^2}{x_2^2};\; g_3 = \frac{g_1\, x_1^2}{x_3^2};\; \ldots\ldots \text{etc}$$

Occupemo-nos agora do termo dependente do vapor aquoso. A tensão F desse vapor é sempre mui pequena nas temperaturas onde se fazem ordinariamente as observações barometricas. Calculando seus valores em partes do metro, para o ponto da saturação extrema, segundo as formulas que Laplace dá na *Mechanica Celeste*, e que deduzio das experiencias de Dalton, acharemos:

A 0° do thermometro centesimal... $F=0^m,005122$
A 30° » » $F=0^m,031690$

e entre estes dous limites, que são com pouca differença os limites das observações barometricas, o accrescimo de F póde ser sufficientemente bem representado pela progressão arithmetica $F=0^m,005122+0^m,0008649.t$..... sendo t a temperatura marcada pelo thermometro centigrado.

Ainda que esta formula não seja sempre exacta, ella basta comtudo no caso actual, pela pouca influencia que tem sobre as alturas observadas ; mas antes de applical-a á atmosphera é preciso que se lhe faça ainda uma modificação. Com effeito, ella é relativa ao ponto de saturação extrema, que quasi nunca tem lugar na atmosphera, e por consequencia o valor que der para F será quasi sempre muito maior do que o real. E' verdade que não se póde determinar nada de fixo relativamente á quantidade de vapor aquoso suspenso na atmosphera; esta quantidade é extremamente variavel em dias differentes; varia mesmo de uma a outra camada, de uma maneira muito irregular e algumas vezes brusca, como se vê sobre as montanhas, onde camadas mui pouco carregadas de vapor succedem a outras que estão no maximo da humidade. Entretanto, desprezando estas circumstancias extraordinarias, tudo nos faz crer que mais nos approximaremos da natureza evitando os casos extremos, e então o que se apresenta de mais simples é tomar para expressão de F na atmosphera a metade do valor que corresponde ao ponto de humidade extrema, isto é, $F=0^m,002561+t.0^m,00043245$.

Substituindo este valor na expressão do coefficiente C,

deve-se multiplical-o pelo factor variavel $\frac{2}{7\,H}$. Mas, como esta correcção é muita pequena, e tambem por causa da pouca differença dos valores de H, na extensão que se mede ordinariamente, das columnas d'ar, podemos para simplificar, contentar-nos de dar a H o valor constante $0^m,76$, que é a pressão média do nivel do mar. Esta substituição terá mesmo a vantagem de diminuir a correcção da humidade nas camadas superiores da columna, o que concorda com a natureza; porque a humidade que reina nessas camadas diminue geralmente á medida que nos elevamos, e algumas vezes as mais elevadas são de uma sequidão excessiva. Adoptando esta simplificação teremos:

$$1-\frac{2\,F}{7\,H}=1-\frac{2}{7.0^m,76}\left(0^m,002561+t.\,0^m,00043245\right)=$$
$$=1-0,0009628-0,0001626.\,t.$$

póde-se, sem erro sensivel, transformar esta expressão na seguinte:

$$\left(1-0,0009628\right)\left(1-0,0001627.\,t\right)$$

o que dá

$$C=\frac{A\,(1-0,0009628).\,g\,(1-0,0001627.\,t)}{1+t.0,00375}$$

desta maneira C toma um factor constante commum a todas as camadas. O outro factor dependente de t, que se acha ainda no numerador, póde ser reunido ao que provém da temperatura. Com effeito, por causa da pequenhez do coefficiente 0,0001627 póde-se sem erro sensivel substituir

$$\frac{1}{1+0,0001627.t}\ \text{por}\ 1-0,0001627.t.$$

Então ter-se-ha no denominador o producto $(1+0,0001627.\,t)\,(1+t.\,0,00375)$; effectuando a multiplicação póde-se desprezar o producto de 0,0001627 por 0,00375, e elle se tornará em $(1+0,0039127.\,t.)$. O coefficiente de t neste resultado differe tão pouco de 0,004 ou de $\frac{1}{250}$, que se póde,

sem temer nenhum erro, substituir-lhe este ultimo valor, o que simplificará os calculos. Ter-se-ha pois

$$C = \frac{A\ (1 - 0{,}0009628)\, g}{(1 + t.\ 0{,}004)}.$$

Vê-se que a consideração da humidade do ar, não faz senão augmentar um pouco o coefficiente da dilatação que convém ao ar secco. Poder-se-hia ter substituido uma só letra, ao producto dos dous factores constantes que se acham no numerador, mas preferio-se deixal-os subsistir afim de pôr em evidencia o effeito da humidade sobre o coefficiente.

Procuremos agora, neste caso geral, a relação das alturas do barometro com as elevações das camadas. Para conseguir isto, recordemos a origem dos raciocinios que nos serviram no caso mui simples do qual tratamos ao principio.

Considerando a primeira camada notamos que nesta elevação uma columna de ar, cuja espessura fosse $x_2 - x_1$, pesaria tanto como uma columna de mercurio da mesma base, cuja altura fosse $H_1 - H_2$ e concluimos disto $\frac{H_1 - H_2}{x_2 - x_1}$ para a relação das densidades do mercurio e do ar nesta camada. Esta consideração é ainda applicavel no caso actual; sómente como a gravidade é supposta variavel de uma camada a outra, a intensidade desta força sobre a columna de mercurio H_2, que se observa na segunda camada, differe daquella que solicita a columna de mercurio H_1. Para exprimir o peso da primeira camada de ar em partes da columna de mercurio H_1, é preciso reduzir a columna H_2 ao que ella seria se a mesma gravidade g_1 actuasse sobre ella, isto é, multiplical-a por $\frac{g_2}{g_1}$, ou pela relação das gravidades nas duas camadas. Ter-se-ha deste modo $H_1 - \frac{H_2 g_2}{g_1}$ para diminuição da pressão barometrica na extensão da primeira camada de ar, cuja espessura será sempre $x_2 - x_1$ como precedentemente. A relação das densidades do ar e do mercurio nesta camada será pois igual a

$$\frac{H_1 - \frac{H_2 g_2}{g_1}}{x_2 - x_1} \text{ ou } \frac{H_1 g_1 - H_2 g_2}{g_1 (x_2 - x_1)}$$

mas esta mesma relação póde ser ainda expressa por $C_1 H_1$, representando por C_1 o valor do coefficiente C na camada que consideramos; igualando estes dous valores e designando sempre por D a espessura da camada, teremos

$x_2 - x_1 = D; \; \frac{H_1 g_1 - H_2 g_2}{g_1 (x_2 - x_1)} = C_1 H_1$; ou extrahindo o valor de $H_2 g_2$,

$$x_2 - x_1 = D, \; H_2 g_2 = H_1 g_1 (1 - C_1 (x_2 - x_1))$$

A passagem da 2.ª para a 3.ª camada, da 3.ª á 4.ª &c. dará sempre equações semelhantes em tudo, pelo que acharemos

$$x_3 - x_2 = D; \; H_3 g_3 = H_2 g_2 (1 - C_2 (x_3 - x_2))$$

$$x_4 - x_3 = D; \; H_4 g_4 = H_3 g_3 (1 - C_3 (x_4 - x_3)) \text{ \&c.}$$

Effectuando successivamente as eliminações, como fizemos anteriormente, até a ultima camada, cuja ordem é representada por $n + 1$, acharemos

$$x_{n+1} - x_1 = nD;$$

$$H_{n+1} g_{n+1} = H_1 g_1 (1 - C_1 D)(1 - C_2 D)(1 - C_3 D) \ldots (1 - C_n D)$$

O segundo membro da segunda equação tem tantos factores quantos são as camadas. No caso que consideramos primeiro todos esses factores erão iguaes entre si; entretanto que aqui são differentes por causa da variabilidade de C. Se applicarmos os logarithmos teremos:

$$x_{n+1} - x = Mn \frac{\left(\log.\frac{H_1}{H_{n+1}} + \log.\frac{g_1}{g_{n+1}}\right)}{C_1 + C_2 \ldots\ldots\ldots + C_n}$$

sendo M o módulo das taboas logarithmicas, ou 2,30258509.

Esta formula é analoga a uma das precedentes, sómente em vez de ter C no denominador, temos a somma de todos os

coefficientes C_1, C_2, C_3, e é por esta razão que ainda ficou n no numerador.

Se suppozessemos todos estes coefficientes iguaes entre si e a C, sua somma seria $n\,C$; n desappareceria e cahiriamos identicamente sobre a nossa primeira formula. Para abreviar representaremos por SC_1 a somma de todos os coefficientes C_1, C_2, C_3, tomada em todo o comprimento da columna d'ar; designaremos tambem como precedentemente por X a differença de nivel $x_{n+1} - x$, das duas camadas extremas; substituiremos a letra h em vez de H_{n+1} para representar a altura do barometro na camada mais elevada, e designaremos simplesmente por H a altura da camada inferior; obteremos pois

$$X = Mn \frac{\left(\log.\frac{H}{h} + \log.\frac{g_1}{g_{n+1}}\right)}{S.\,C_1}$$

E' tambem necessario avaliar a razão $\frac{g_1}{g_{n+1}}$ que é a relação das gravidades nas duas estações extremas. Visto ser a intensidade da gravidade reciproca ao quadrado da distancia ao centro da terra, teremos

$$\frac{g_1}{g_{n+1}} = \frac{x^2_{n+1}}{x_1^2};$$

ora, como X é a differença de nivel das duas estações, tem-se $x_{n+1} = x_1 + X$. Por consequencia

$$\log.\frac{g_1}{g_{n+1}} = 2\log.\left(1 + \frac{X}{x_1}\right);$$

x_1 é a distancia do centro da terra á estação inferior; ora, sendo a differença de nivel X sempre extremamente pequena em comparação a esta distancia, podemo-nos limitar a tomar para x o raio médio da superficie terrestre, cujo valor em

metros é 6366198; e representando-o por a, obteremos com uma exactidão sempre sufficiente

$$\log. \frac{g_1}{g_{n+1}} = 2 \log. \left(1 + \frac{X}{a}\right)$$

por conseguinte

$$X = \frac{Ma\left(\log. \frac{H}{h} + 2 \log. \left(1 + \frac{X}{a}\right)\right)}{S.C_1}$$

Antes de procurar o valor de $S.C_1$ podemos applicar a cada um dos coefficientes C_1, C_2, C_3, a correcção relativa á variação da gravidade para differentes latitudes; esta correcção, da qual já demos os detalhes nas primeiras paginas deste capitulo, consistirá em multiplicar cada um delles pelo factor $1-0{,}002837 \cos. 2\psi$, sendo ψ a latitude; e como este factor é commum a todos os coefficientes, poisque todos os pontos da columna de ar sendo situados sobre a mesma vertical podem ser reputados na mesma latitude; vê-se que $S.C_1$ se tornará por isso em $(1-0{,}002837. \cos. 2\psi)\ S.C_1$, e fazendo passar a correcção ao numerador pelo desenvolvimento em série, como fizemos anteriormente, achar-se-ha

$$X = \frac{Ma\,(1+0{,}002837.\ \cos.\ \psi)\left(\log. \frac{H}{h} + 2. \log. \left(1 + \frac{X}{a}\right)\right)}{S.\ C_1}$$

Falta-nos agora avaliar $S.C_1$; ora, depois da expressão geral do coefficiente C que determinamos mais acima, claro está que teremos

$$S.C_1 = A(1-0{,}0009628)\left(\frac{g_1}{1+t_1.\ 0{,}004} + \frac{g_2}{1+t_2.\ 0{,}004} + \frac{g_3}{1+t_3.\ 0{,}004} + \&c.\right)$$

Para effectuar esta somma de uma maneira rigorosa seria preciso conhecer a lei do decrescimo das temperaturas na atmosphera. Esta lei é sujeita a muitas irregularidades; mas geralmente em pequenas alturas, como são as em que se

fazem as observações barometricas, é uma progressão arithmetica muito lenta. Nos afastaremos pois mui pouco da verdade suppondo todas as temperaturas t_1, t_2, t_3, iguaes entre si e á temperatura média entre as das camadas extremas; isto é, iguaes a $\frac{t_1 + t_{n+1}}{2}$. Esta supposição augmentará as temperaturas das camadas superiores, mas diminuirá a das camadas inferiores, o que produz uma certa compensação. Por este meio o factor dependente da temperatura torna-se commum a todos os termos de $S.\,C_1$, e escrevendo T em lugar de t, e t em lugar de t_{n+1}, por analogia com a nota que adoptamos para H e h, teremos:

$$S.C_1 = \frac{A\ (1-0{,}0009628)}{1+\left(\frac{T+t}{2}\right).\ 0{,}004}\, g_1\left(1+\frac{g_2}{g_1}+\frac{g_3}{g_1}+\frac{g_4}{g_1}+\&c.\right)$$

Ora, a gravidade sendo reciproca ao quadrado da distancia ao centro da terra, teremos:

$$\frac{g_2}{g_1}=\frac{x_1^2}{x_2^2},\quad \frac{g_3}{g_1}=\frac{x_1^2}{x_3^2},\quad \frac{g_4}{g_1}=\frac{x_1^2}{x_4^2},\ \ldots\ldots\ \&c.$$

como a differença de distancia para duas camadas consecutivas é D, será

$$\frac{g_2}{g_1}=\frac{x_1^2}{(x_1+D)^2},\quad \frac{g_3}{g_1}=\frac{x_1^2}{(x_1+2D)^2},\quad \frac{g_4}{g_1}=\frac{x_1^2}{(x_1+3\,D)^2},\ \&c.$$

effectuando a divisão algebricamente em cada um destes termos póde-se reduzi-los em serie ordenada segundo as potencias de $\frac{D}{x_1}$. Nós nos limitaremos á primeira potencia desta analogia o que será sufficiente para o fim que temos em vista, e obteremos:

$$\frac{g_2}{g_1}=1-\frac{2\,D}{x_1},\quad \frac{g_3}{g_1}=1-\frac{4\,D}{x_1},\quad \frac{g_4}{g_1}=1-\frac{6\,D}{x_1},$$

e assim por diante, de sorte que a somma procurada tornar-se-ha em

$$1+\frac{g_2}{g_1}+\frac{g_3}{g_1}+\&c.=n-\frac{2}{x_1}\,(D+2\,D+3\,D+\ldots.+n\,D).$$

A parte comprehendida entre o parenthesis fórma uma progressão arithmetica, cuja razão é D,e o numero dos termos é n. A somma será pois $\frac{n\,(n+1)\,D}{2}$; ora, como D é a espessura de uma das camadas e n o numero cellas. será nD a differença de nivel das duas estações extremas, differença que representamos por X; teremos pois

$$1+\frac{g_2}{g_1}+\frac{g_3}{g_1}+\ldots\ldots+\&c.=n\left(1-\left(1+\frac{1}{n}\right)\frac{X}{x_1}\right)$$

Vê-se aqui reapparecer o factor n que tinha ficado no numerador na expressão da differença de nivel. Substituindo este resultado em SC_1 bastará tomar em vez de x_1 o raio médio da terra, que designaremos por a. Já fizemos uso desta simplificação ; alem disto, como o numero das camadas na columna é tanto mais consideravel quanto sua espessura é menor, devemos desprezar o termo $\frac{1}{n}$ por analogia áquelles que não têm n para divisor. Porque visto fazermos D definitivamente nullo é preciso fazermos n infinito, o que nos dará

$$SC_1=\frac{A\,(1-0{,}0009628)\,g_1 n\left(1-\frac{X}{a}\right)}{1+\frac{2\,(T+t)}{1.000}}$$

A transformação do coefficiente de $T+t$ nada altera em seu valor, e é sómente mais commoda para o calculo. Sendo conhecido este valor de SC_1. póde-se substituil-o na expressão geral de X; n desapparece como sendo commum aos dous termos, e ficará

$$X=\frac{M\,(1+0{,}002837.\cos.2\psi)\left(1+2\frac{T+t}{1000}\right)\left(\log.\frac{H}{h}+2\log.\left(1+\frac{X}{a}\right)\right)}{A\,g_1\,(1-0{,}0009628)\left(1-\frac{X}{a}\right)}$$

Póde-se fazer passar, pela divisão, o factor $1-\frac{X}{a}$ para o

numerador; porque $\frac{1}{1-\frac{X}{a}} = 1 + \frac{X}{a} + \frac{X^2}{a^2} + \text{etc.}$, assim, limitando-nos á primeira potencia de $\frac{X}{a}$, o que será sempre sufficiente, ter-se-ha simplesmente

$$X = \frac{M}{A\, g_1 (1 - 0{,}0009628)} \left[(1 + 0{,}002837 . \cos 2\,\psi) \left(1 + 2\,\frac{T+t}{1000}\right) \left(\log . \frac{H}{h} - 2 \log . \left(1 + \frac{X}{a}\right) \right) \left(1 + \frac{X}{a}\right) \right]$$

Esta equação contendo X em ambos os membros parece não estar ainda completamente resolvida, mas notar-se-ha que os X que se acham no segundo membro estão ahi divididos por a, que é sempre extremamente grande em relação a X.

Para calcular estes termos não temos necessidade de conhecer X exactamente, basta conhecel-o pouco mais ou menos. Dividiremos pois o calculo em duas partes. Calcularemos primeiramente o valor de X, despresando estes termos, depois nos serviremos deste valor para calculal-os e reunindo estes dous resultados teremos o valor completo de X.

Para poder applicar a formula que acabamos de obter, não temos mais do que determinar o coefficiente constante A; ora, recordando-nos do que dissemos quando principiamos a introduzir esta constante, vê-se que chamando δ a relação das densidades do ar secco e do mercurio, sob a pressão H e temperatura t, em um lugar em que a latitude fôr ψ e a gravidade g, teremos geralmente

$$\delta = \frac{A\ (1 - 0{,}002837.\ \cos,\ 2\,\psi)\ g\ H}{1 + t .\ 0{,}00375}$$

O meio mais simples de determinar A, é de pesar com muita exactidão os volumes conhecidos de ar e de mercurio, sob uma pressão e uma temperatura determinadas e em um lugar do qual a latitude e a altura sejam conhecidas.

Os Srs. Arago e Biot fizeram esta experiencia em Paris com o maior cuidado, e acharam que na temperatura do gelo a fundir-se e sob a pressão de $0^m,76$, tinha-se

$\delta = \frac{1}{10463.0}$ donde resulta

$$A = \frac{1}{10463.\ g\ (1 - 0,002837.\ \cos 2\psi).\ 0^m,76}$$

sendo ψ a latitude de Paris; por consequencia se designarmos por M o módulo das taboas logarithmicas ou 2,30258509, o coefficiente da formula barometrica ou $\frac{M}{A g_1}$ tornar-se-ha em

$$\frac{M}{A g_1} = 10463\,(1 - 0,002837.\ \cos.\ 2\psi)\ 0^m,76.\ M\ \frac{g}{g_1}$$

Se reduzirmos este valor a numeros, tomando $\psi = 48°50'14''$ que é a latitude do observatorio de Paris, acharemos

$\frac{M}{A g_1} = 18316^m,82.\ \frac{g}{g_1}$ — e por consequencia

$$\frac{M}{A g_1\,(1 - 0,0009628)} = 18334^m,46.\ \frac{g}{g_1}$$

Seja r a elevação da estação inferior acima do nivel do mar, $a + r$ será sua distancia ao centro da terra. A elevação do lugar em que se fez as experiencias sobre a gravidade do ar e do mercurio póde ser avaliada em 60 metros acima do nivel do mar; sua distancia ao centro da terra expressa em metros é pois $a + 60$.

Segundo o que fica exposto a relação das gravidades $\frac{g}{g_1}$ é igual a $\frac{(a + r)^2}{(a + 60)^2}$, expressão que se reduz a

$$\left(1 - \frac{120}{a}\right)\left(1 + \frac{2r}{a}\right)$$

desenvolvendo os dous quadrados e limitando-nos ás primeiras potencias de $\frac{60}{a}$ e de $\frac{r}{a}$. O primeiro factor $1 - \frac{120}{a}$ póde ser reduzido a numeros tomando $a = 6366198$ como já

adoptamos. Elle diminue o coefficiente barometrico de $0^{m},35$ o que dá $\frac{H}{A\,g_1} = 18334^{m},11 \left(1 + \frac{2\,r}{a}\right)$

Póde-se ainda determinar este coefficiente á posteriori, comparando as observações do barometro com as differenças de nivel medidas trigonometricamente. Um grande numero de observações mui exactas feitas desta maneira por Mr. Ramond, lhe deram 18336 para o valor do coefficiente, que nós achamos igual a 18334 pelos pesos do ar e do mercurio. Esta concordancia prova de um modo positivo a exactidão da formula e dos dados sobre os quaes ella foi estabelecida.

Poder-se-hia mesmo concluir disto uma confirmação do decrescimo da gravidade em linha vertical. Com effeito, se não tomassemos em consideração o effeito deste decrescimo, as observações barometricas de Mr. Ramond dariam para coefficiente 18393 em vez de 18334, que achamos pelos pesos do ar e do mercurio. A differença não póde ser attribuida á avaliação que fizemos da humidade contida no ar; porque esta avaliação é antes mais forte do que mais fraca, e além disto a differença de que se trata não desappareceria, mesmo suppondo as camadas de ar no estado extremo de humidade, porque esta supposição dobrando a correcção que já fizemos para este fim, não faria mais do que ajuntar 17,64 a 18334,11 o que daria 18351,75, valor ainda bastante inferior a 18393. E' preciso pois reconhecer necessariamente que o decrescimo da gravidade, ainda que bem pouco consideravel nos limites em que se fazem as observações barometricas, torna-se entretanto sensivel, e a concordancia dos resultados, quando se considera neste decrescimo, demonstra sua realidade.

A desigualdade de temperatura nas camadas extremas da columna de ar que se méde, communica-se ao barometro de que se faz uso e exige uma reducção nas alturas observadas. Com effeito, o mercurio, como todos os outros corpos condensados pela acção do frio, tambem se dilata pelo calor. Esta variação desde 0° até 100° do thermometro centigrado é uniforme, segundo as experiencias de Gay-Lussac, e demais

ella é igual a $\frac{1}{5412}$ para cada gráo deste thermometro, segundo as experiencias de Mrs. Lavoisier e Laplace, e em harmonia com as da Sociedade Real de Londres. Assim, observando o barometro na estação a mais fria, a columna de mercurio que se tem condensado deve parecer um pouco mais curta do que se a tivessemos medido na temperatura da estação mais quente, que é ordinariamente a estação inferior. Para pôr as cousas nos mesmos termos é preciso augmentar o comprimento da columna de mercurio na estação superior, em razão da differença das temperaturas do mercurio e proporcionalmente á condensação que deve dahi resultar, isto é, que se o comprimento observado fôr h' será preciso tomar

$$h = h' \left(1 + \frac{T - t}{5412} \cdot \right)$$

Aqui suppõe-se o mercurio do barometro com a mesma temperatura do ar circulante, mas isto não tem lugar sempre e as temperaturas são algumas vezes muito differentes. Se em cada estação em que se apresenta esta circumstancia, quizessemos esperar que o barometro tivesse tomado a temperatura do ar ambiente, seriamos obrigados a esperar muitas horas antes de poder observar, porque estas mudanças não se fazem completamente senão com uma extrema lentidão. Para evitar este inconveniente méde-se a temperatura do mercurio do barometro por meio de um thermometro mui pequeno encaixado na armação mesmo do instrumento.

A temperatura indicada por este thermometro nas duas estações, é a que se tem de empregar na reducção dos barometros a uma mesma temperatura. Supponhamos que elle marque (T) gráos na estação inferior, (t) na estação superior, e que o comprimento da columna de mercurio observada nesta ultima estação seja h', tomar-se-ha

$$h = h' \left(1 + \frac{(T) - (t)}{5412}\right)$$

Resumindo as considerações precedentes, a formula definitiva para a medida das alturas pelas observações do barometro, segundo as experiencias, será

$$X = 18334\,(1 + 0{,}002837\ \text{cos.}\ 2\psi)\left[\left(1 + \frac{2\,r}{a}\right)\left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right)\left(1 + \frac{X}{a}\right)\left(\text{log.}\ \frac{H}{h} + 2\ \text{log.}\ \left(1 + \frac{X}{a}\right)\right)\right]$$

na qual ψ designa a latitude do lugar, h e t a altura barometrica e a temperatura na estação superior, H e T as quantidades analogas para a estação inferior, r a altura desta mesma estação acima do nivel do mar, expressa em metros, e a o raio médio da terra expresso tambem em metros, isto é, igual a 6366198.

Por meio da formula precedente póde-se determinar mui exactamente as differenças de nivel, conforme as observações barometricas; mas é preciso que estas observações sejam feitas com muito cuidado e com bons instrumentos, sem o que poderiamos commetter grandes erros. Escolher-se-ha sempre que nos fôr possivel um tempo calmo e a hora do meio dia. Um observador collocar-se-ha na estação inferior, um outro na estação superior, com barometros e thermometros préviamente comparados. Cada um delles fará em horas determinadas a observação da altura do barometro,notará no mesmo instante o estado do thermometro adaptado ao barometro para ter a temperatura do mercurio, e a de um thermometro livre mui sensivel tambem collocado á sombra, e destinado a dar a temperatura do ar. Estas observações se repetirão de quarto em quarto d'hora, até que se tenha reunido um certo numero, por exemplo 10 ou 12. Então os dous observadores se ajuntarão, compararão de novo seus barometros e thermometros, para vêr se elles não soffreram alguma alteração. Se concordarem exactamente tomar-se-ha a média

das observações feitas em cada estação e calcular-se-ha com essas médias, a differença de nivel. Se tiver-se trabalhado com todas as precauções que recommendamos, o resultado não será susceptivel senão de erros mui pequenos, devidos ás irregularidades accidentaes da pressão e da temperatura das camadas atmosphericas: erros que se fará desapparecer por sua compensação reciproca, repetindo as experiencias em differentes dias e tomando uma média arithmetica entre todos os resultados.

Reunindo assim cinco ou seis séries de observações correspondentes, feitas com bons thermometros e com um barometro munido de um *nonius* que dê ao menos as dezenas de millimetros, póde-se refutar 2 ou 3 metros sobre as maiores alturas.

Se por uma longa série de observações feitas em um mesmo lugar, determinar-se a altura média do barometro e a temperatura média da atmosphera, póde-se por meio da formula, achar a altura desse lugar acima do nivel do mar, ou de qualquer outro ponto determinado. Para isto é preciso tambem ter no segundo ponto a altura média do barometro e do thermometro e calcular depois pela formula, como se faria relativamente a duas estações onde tivessemos observações correspondentes. Isto suppõe que a temperatura média da superficie da terra seja sempre constante, assim como a altura do barometro em cada lugar; é possivel que estes elementos soffram algumas variações, mas a invenção do barometro e do thermometro é muito moderna para que se tenha alguns dados a esse respeito; póde-se ao menos sem erro sensivel observar seus valores como constantes durante o intervallo de alguns annos.

Para effectuar estes calculos é preciso conhecer a altura media do barometro ao nivel do oceano. Segundo as experiencias de Mr. Shuckburg, que são notadas como mui exactas, ella é de $0^{m},7629$ ($28^{p}\ 2^{l},2$) na latitude de 50^{o} sexagesimal, a temperatura média do ar e do barometro sendo 12,8 da divisão centesimal. Em Paris, nas aguas médias do Sena sob

a ponte Real, a altura média do barometro é $0^m,76$ e a temperatura media 12°; com estes dados, logo que tivermos uma longa serie de boas observações feitas em um mesmo lugar, poder-se-ha achar a altura desse lugar ácima do nivel de Paris ou do Oceano.

Observações do barometro calculadas deste modo e combinadas com a longitude e latitude, servem a determinar a posição dos differentes pontos da superficie terrestre. Com effeito, as duas coordenadas em uso até ao presente determinam sómente a projecção dos lugares sobre a superficie do globo, mas não fazem conhecer sua elevação, e a altura do barometro serviria a indica-la. Para isto seria preciso fazer em cada lugar uma serie de observações do thermometro e barometro durante muitos annos, afim de deduzir dellas a temperatura media e a altura media do mercurio. Cumpre porém não empregar senão instrumentos bem feitos e comparaveis entre si.

Um tal trabalho que poderia facilmente estender-se por toda a Europa, daria para esta bella parte da terra um nivelamento completo, e muito mais extenso do que o obtido pelas medidas trigonometricas. Elle indicaria perfeitamente a direcção das cadêas de montanhas, o declive dos rios, e faria por toda a parte a fórma dos terrenos muito mais sensivel do que por simples descripções.

Para convidar os observadores a emprehenderem este trabalho, o autor Mr. Biot, juntou á sua Astronomia Phisica uma taboa, que sem outro calculo mais do que uma simples subtracção de dous numeros, dá a elevação dos lugares e as differenças de nivel, segundo as alturas observadas do barometro e do thermometro. No fim deste compendio acham-se as mencionadas taboas.

Esta taboa é fundada sobre uma modificação da formula que ficou já indicada, e que consiste em englobar a correcção relativa ao decrescimo da gravidade no coefficiente constante da formula, o que o eleva a 18393 em vez de 18334, como se vai demonstrar.

Para isto recordemo-nos da formula rigorósa, fazendo para abreviar,

$$N = 18334 \left(1 + \frac{2r}{a}\right)(1 + 0{,}002837 . \cos. \psi)\left(1 + \frac{2(T+t)}{2}\right)$$

e teremos

$$X = N \left(\log.\frac{H}{h} + 2 \log. \left(1 + \frac{X}{a}\right) \right) \left(1 + \frac{X}{a}\right)$$

Como X acha-se nos dous membros é preciso desembaraçal-o. Para isto desenvolve-se o logarithmo de $1 + \frac{X}{a}$, e limitando-nos á primeira potencia teremos $\frac{X}{Ma}$, sendo M o modulo das taboas ordinarias, isto é, 2,3025850 ; depois effectua-se a multiplicação pelo factor $1 + \frac{X}{a}$, limitando-nos sempre á primeira potencia, e teremos

$$X = N. \log. \frac{H}{h} + \frac{N}{a}\left(\log. \frac{H}{h} + \frac{2}{M}\right) X,$$

donde se tira

$$X = \frac{N. \log. \frac{H}{h}}{1 - \frac{N}{a}\left(\log. \frac{H}{h} + \frac{2}{M} \right)}$$

O denominador do segundo membro é quasi igual á unidade, porque o coefficiente $\frac{N}{a}$ que multiplica o segundo termo que o compõe, é uma fracção mui pequena e pouco differente de $\frac{1}{347}$; e o outro factor expresso por $\log. \frac{H}{h} + \frac{2}{M}$ não póde nunca exceder a unidade nos limites em que temos occasião de observar; com effeito, a quantidade $\frac{2}{M}$ é constante e igual a 0,8685830 ; o outro termo variavel $\log. \frac{H}{h}$ é muito menor ainda, pois que mesmo suppondo $H = 0^m{,}760$ e $h = 0^m{,}600$, o que corresponde a uma differença de nivel de quasi 2.000 metros, seu valor numerico não é senão 0,1026623. Poder-se-hia pois desprezar este termo em razão de sua pouca influencia; mas seria melhor conserval-o attribuindo-

lhe o valor médio que acabamos de calcular, porque o erro que poderia resultar quando h fosse menor do que $0^m,600$, seria sempre mui pequeno nas maiores alturas a que fosse possivel chegar, e o erro commettido quando h fosse mais consideravel se atenuaria pela pequenhez do log. $\frac{H}{h}$ no numerador. Por este meio o segundo termo do numerador torna-se constante, porque póde-se bem calculal-o com a parte constante de N, em virtude de sua pequenhez, e então seu valor será : $\frac{18334 \times 0,9712453}{6366198}$ ou 0,0028061. O denominador é pois 1 — 0,0028061 e passando-o como factor para o numerador pela divisão, torna-se em

$$X = N\,(1 + 0,0028061)\log.\frac{H}{h}.$$

No valor de N podemos tambem attribuir um valor médio a r, que exprime a altura da estação inferior acima do nivel do mar; porque a correcção que disto resulta, tendo para divisor o raio da terra, é tão pequena que se póde quasi sempre desprezar, principalmente nas pequenas differenças de nivel ; mas por esta mesma razão será melhor attribuir-lhe um valor médio que se approxime daquelles em que sua influencia possa ser sensivel. Para isto supporemos $r = 1200^m$, o que é pouco mais ou menos a altura média na qual os viajantes que percorrem as montanhas podem ter mais frequentemente occasião de observar, nos climas frios e temperados. Teremos pois

$$\frac{2\,r}{a} = \frac{2400}{6366198} = 0,00037699.$$

A parte constante do coefficiente, que era ao principio 18334, tornar-se-ha pois, por estas transformações em

$$X = 18393^m\,(1 + 0,002837.\cos.2\psi)\left(1 + \frac{2\,(T + t)}{1000}\right)\log.\frac{H}{h}.$$

Esta formula dá toda a exactidão que se póde desejar pelas observações barometricas. Comparada com a expressão

rigorosa de X, ella não dá mais de quatro metros de erro na altura do Chimboraço, que é de 5879^m, segundo as observações de M. Humboldt; o que será sufficiente em todos os nivelamentos barometricos de interesse para os viajantes.

E' esta a formula simplificada que foi reduzida a taboas.

Explicação das taboas barometricas.

Nota-se primeiramente que o factor $1 + 0,002837. \cos. 2\psi$, que depende da latitude, é sempre de uma pequenhez extrema porque elle é nullo a 45° de latitude, e no equador ou no pólo, onde chega ao seu maximo, seu segundo termo está ainda abaixo de $\frac{3}{1000}$ de modo que a correcção que delle resulta não chega aos $\frac{3}{1000}$ da altura observada. Poderemos pois despresal-a na maior parte das observações; mas entretanto para que se possa contar com ella, formou-se uma pequena taboa de seus valores de 5° em 5° de latitude: esta taboa dá immediatamente a quantidade que é preciso juntar ou tirar á differença de nivel calculada com os outros termos da formula, para ter em consideração esta correcção. Assim, vê-se por exemplo, que em 45° de latitude não é preciso tirar nem ajuntar cousa alguma á altura; em 40° é preciso ajuntar á altura calculada $\frac{1}{2030}$ de seu valor; em 35° deve-se juntar $\frac{1}{1030}$, e assim por diante. Ao contrario porém, desde 45° até ao pólo, deve-se tirar a fracção, da altura indicada na taboa.

Vamos já fazer applicação desta correcção a exemplos numericos.

Não temos pois nada mais a considerar do que os outros termos da equação de X, que torna-se em

$$X = 18393^m.\left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) \log. \frac{H}{h}.$$

A difficuldade que esta expressão apresenta para ser reduzida a taboa, vem de que ella contém tres elementos variaveis $T+t$, H e h, isto é, a somma dos thermometros livres e as duas alturas do barometro observadas nas duas estações, alturas que se suppõe correctas da dilatação do mercurio. Mas faz-se desapparecer esta difficuldade por um artificio muito simples, que póde servir em muitas outras circumstancias; consiste em decompôr o logarithmo $\frac{H}{h}$ em dous termos da mesma forma, a saber: $\log. \frac{0^m,76}{h} - \log. \frac{0^m,76}{H}$. Vê-se, com effeito, que a differença destes dous termos é igual ao $\log. \frac{H}{h}$; mas presentemente estes termos sendo ambos da mesma fórma, podem ser dados pela mesma taboa. Introduzindo-os na expressão de X teremos

$$X = 18393^m \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right) \left(\log. \frac{0^m,76}{h} - \log. \frac{0^m,76}{H}\right)$$

Pelo que se conclue que basta construir uma taboa da quantidade

$$18393^m \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right) \log. \frac{0^m,76}{h}$$

na qual se dê a $T+t$ e a h todos os valores que possam apresentar as observações ordinarias. Depois, quando os valores de $T+t$, h e H forem dados por uma observação particular, entraremos primeiramente na taboa com $T+t$ e h, e acharemos um numero, depois com $T+t$ e H, e teremos um outro numero. A differença destes dous numeros será a differença rigorosa do nivel X. Foi assim que se construio a taboa que se acha no fim deste capitulo. A primeira columna vertical de cada pagina contém as alturas do barometro, de millimetro em millimetro, desde $0^m,765$ ou ($28^p\ 3^l,1$) até $0^m,600$ ou ($22^p\ 2^l$), o que corresponde a uma differença de nivel de quasi 2.000 metros. Suppõe-se estes valores reduzidos a uma mesma temperatura, por exemplo, á da estação inferior; de modo que se os comprimentos das columnas observadas de mercurio

forem H e h, e suas temperaturas (T) e (t), dever-se-ha entrar na taboa com os numeros

$$T + t,\ H \text{ e } h\left(1 + \frac{(T) - (t)}{5412}\right)$$

Seria quasi tão simples como isto reduzir sempre as duas columnas de mercurio á temperatura do gelo a fundir-se, o que tornaria os calculos uniformes.

A primeira columna horisontal da taboa, intitulada: *Somma dos thermometros livres*, apresenta os valores de $T + t$, calculados de grão em grão do thermometro centesimal, desde $+ 12^o$ até $+ 42^o$.

Ainda que as dimensões desta taboa tenham os limites que acabamos de assignalar, seu uso póde estender-se a todos os casos possiveis por meio de um artificio mui simples, o qual vamos explicar, applicando-o ao calculo da altura do Chimboraço. Por emquanto consideramos o caso ordinario em que se quer consultar a taboa com valôres de $T + t$, H e h que nella são comprehendidos.

Tendo a altura do barometro na estação superior, far-se-ha a pequena correcção da dilatação do mercurio e teremos h; procuraremos na primeira columna da taboa o numero que mais se lhe approxime, depois seguiremos com a vista a linha horisontal correspondente a este numero, até que se chegue á columna que corresponde a $T + t$; o numero que se achar no encontro dessas duas columnas, será o primeiro termo da formula, expresso em metros.

Repetiremos precisamente a mesma operação com o valôr de H relativo á estação inferior, empregando sempre o mesmo valôr de $T + t$, e acharemos assim o segundo termo da formula expresso em metros.

Se H fôr menor que $0^m,76$, diminuir-se-ha o segundo termo do primeiro: a differença será o valôr de X, ou a differença de nivel que se procurava.

Mas se H fôr maior do que $0^m,76$, será preciso ajuntal-o ao primeiro termo.

Supponhamos, por exemplo, que se tenha os dados seguintes:

	Altura do Barometro	Thermometro livre	Thermometro do Barometro	Latitude
Estação inferior....	$0^m,75000$	$+18$	$+18$	$50°$
Estação superior....	$0^m,59889$	$+8$	$+8$	

A differença das temperaturas do mercurio é 10°; a correcção do barometro superior será pois $\frac{5^m,9889}{5412} = 0^m,00111$ additivo; teremos então

$$T + t = 26°;\ H = 0^m,7500;\ h = 0^m,6000$$

Com $T + t = 26$ e $h = 0^m,600$, a taboa dá .... $1986^m,4$
Com $T + t = 26$ e $h = 0^m,750$, « « .... $111^m,3$

Differença .... $1875^m,1$

Correcção da latitude — $\frac{1}{2030}$ .... $-0^m,9$

Differença de nivel $= 1874^m,2$

Esta taboa dá tambem o meio de determinar a altura dos lugares ácima do nivel do mar, quando se conhece, por uma longa serie de observações, a temperatura média e a altura média do barometro. Basta combinar estes dados com os seus analogos ao nivel do mar. Ora, segundo as observações de Mr. Schuckburg, reputadas mui exactas, a altura média do barometro ao nivel do oceano em 50° de latitude é $0^m,7629$ ou ($28^p 2^l,2$); a temperatura média é ahi de 12°,8.

Comparemos estes valores com os que tem lugar em Genebra por 46° 12' de latitude. Segundo as observações do celebre Saussure, a temperatura da terra em Genebra é igual a 12° do thermometro centesimal. A altura média do

barometro nessa cidade, segundo Mr. Cotte, é $0^m,7266$ ou ($26^p\ 10^l,1$). Este resultado concluio-se de 14 annos de observações.

As temperaturas das columnas de mercurio são aqui as mesmas que as do ar; sua differença é $12^o,8 - 12^o,0 = 0^o,8$; por consequencia

$$h = 0^m,7266 + \frac{0^m,7266 \times 0,8}{5412} = 0^m,7267$$

Com $h = 0^m,7267$ e $T + t = 24,8$ a taboa dá....... $375^m,6$

» $H = 0^m,7629$ e $T + t = 24,8$ » »....... $+ 31^m,9$

H sendo maior do que $0^m,76$, toma-se a somma...... $407^m,5$

Correcção para a latitude media— $\frac{1}{2030}$ .... — $0^m,2$

Altura de Genebra sobre o oceano................. $407^m,3$

Nota.—Como a taboa não está calculada senão de gráo em gráo e de millimetro em millimetro, é preciso tomar partes proporcionaes para ter em consideração as fracções menores.

Por exemplo o valor de h para Genebra sendo $0^m,7267$, o numero correspondente estará comprehendido entre os que correspondem a $0^m,727$ e $0^m,726$; procure-se em cada uma dessas linhas os numeros correspondentes a $T + t = 24$; na primeira acha-se $371^m,6$ com a differença $0^m,71$ para 1^o; será pois $0^m,57$ para $0^o,8$; assim, o numero desta linha que corresponde a $24^o,8$ é $372^m,2$. Da mesma fórma na seguinte linha o numero analogo é $383^m,1$ com a differença $0^m,73$ para 1^o, o que faz $0^m,58$ para $0^o,8$: de modo que o numero desta linha correspondente a 24^o8 é $383^m,7$. Tire-se $372^m,2$ deste numero, a differença $11^m,5$ será a variação da altura para 1 millimetro de mudança no barometro nesta temperatura: ora, de $0^m,7267$ a $0^m,7270$ a mudança é $0^m,0003$; é pois $3^m,45$ que se tem de sommar á altura $372^m,2$ correspondente a $0^m,727$; temos deste modo $375^m,65$. Estas reducções tomam-se á simples vista sobre a taboa, e com

um pouco de pratica ellas são mais faceis de executar do que de explicar.

Os dous exemplos anteriores á nota bastam para os casos em que H, h e $T+t$ sejam comprehendidos nos limites da taboa, pois o calculo será sempre o mesmo. Passemos ao caso em que alguma dessas quantidades sáia desses limites e comecemos por $T+t$.

Não acontecerá quasi nunca nas observações que a somma dos thermometros livres seja menor que 12°, ou maior de 42°; entretanto se isto acontecer por um caso extraordinario, eis-ahi como se deverá trabalhar.

Se $T+t$ fôr menor que 12°, deve-se-lhe ajuntar a quantidade de gráos necessaria para completa-lo. Seja t' o numero. Com as columnas barometricas observadas H, h e $T+t+t'=12°$, entra-se na taboa como de ordinario; mas quando se tiver achado as alturas parciaes em metros, subtráe-se de cada uma dellas o producto de t' pelo valôr da differença para 1°, que se achará sobre a mesma linha horisontal. Ter-se-ha assim os mesmos numeros que a taboa daria se ella se extendesse aos numeros menores de 12°.

Empregar-se-hia um artificio analogo se a somma dos thermometros livres excedesse 42°. Neste caso subtrahir-se-hia delle o numero de gráos precisos para iguala-los a 42°, e ajuntar-se-hia a cada um dos resultados parciaes achados para H e h o producto deste excesso pelo valor da differença para 1 gráo.

Estes processos fundam-se em que os numeros contidos n'uma mesma linha horisontal da taboa, crescem uma quantidade igual para cada gráo. A razão desta progressão arithmetica é expressa na ultima columna, intitulada: Differenças para 1°.

Demais, como já dissemos, quasi nunca se terá occasião de empregar essas reducções. Não acontece porém o mesmo com as que dizem respeito a H e h. Póde acontecer muitas vezes que essas quantidades estejam fóra dos limites da taboa, mas apesar disso póde-se sempre acha-las por um

artificio tão simples que é melhor pratica-lo do que augmentar a taboa inutilmente.

Em primeiro lugar, se H exceder $0^m,765$, o que raras vezes acontece, a differença será sempre mui pequena, porque as maiores alturas do barometro observadas na superficie da terra, não excedem $0^m,78$; neste caso diminuir-se-ha as duas alturas H e h em uma mesma proporção, isto é, tirar-se-ha de cada uma dellas $\frac{1}{100}$ do seu valôr, ou $\frac{1}{10}$ se necessario fôr. Então H estará na taboa e operar-se-ha como de ordinario com estes valores transformados.

Este processo é fundado sobre que a formula

$$X = 18393^m \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right) \log. \frac{H}{h},$$

não contem senão a relação $\frac{H}{h}$ entre as duas columnas barometricas, relação esta que não se altera quando se augmenta ou diminue seus dous termos em uma mesma proporção. Se não fôr bastante subtrahir $\frac{1}{100}$ de H para faze-lo entrar nos limites da taboa, póde-se-lhe diminuir $\frac{1}{10}$, e então elle será necessariamente comprehendido nella.

Supponha-se por exemplo:

$H =$	$0^m,7800$	$h =$	$0^m,6950$
tirando $\frac{1}{10}$	$0^m,0780$		$0^m,0695$
teremos $H =$	$0^m,7020$	$h =$	$0^m,6255$

valores correctos de H e h que estão ambos compreheddidos na taboa.

Com estes valores e o de $T + t$, procura-se as alturas parciaes como de ordinario, e sua differença dará a differença de nivel. Igualmente se poderia ter tirado qualquer outra fracção.

Seja o mesmo exemplo

$$H = 0^m,7800 \quad \ldots\ldots \quad h = 0^m,69500$$

$$\text{tire-se } \frac{1}{100} \ldots \quad 0^m,0078 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 0^m,00695$$

$$\text{e teremos } H = 0^m,7722 \quad \ldots\ldots \quad h = 0^m,68805$$

$$\text{Tire-se de novo } \frac{1}{100} \ldots \quad 0^m,00772 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 0^m,00688$$

porque H ainda não entra na taboa
e ter-se-ha os valores correctos... $H = 0^m,76448 \quad \ldots\ldots \quad h = 0^m,68117$

Estes valores darão a mesma differença de nivel que os dous primeiros os quaes obtivemos tirando $\frac{1}{10}$; podemo-nos convencer disto por meio da taboa, calculando cada um delles separadamente.

Examine-se agora o caso em que h seja menor que $0^m,600$, limite inferior da nossa taboa. Neste caso poder-se-ha reduzi-lo por um processo analogo, multiplicando os dous termos da fracção $\frac{H}{h}$ por um mesmo numero; mas este processo póde ter o inconveniente de fazer sahir H da taboa, tornando-o maior do que $0^m,765$, Para evitar este inconveniente, eis-ahi o que se deve fazer.

Supponha-se ainda a formula

$$X = 18393^m \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right) \left(\log. \frac{0^m,76}{h} - \log. \frac{0^m,76}{H}\right)$$

faça-se

$$\log. \frac{0^m,76}{h} = \log. \frac{0^m,76\,(1 + \frac{1}{4})}{h\,(1 + \frac{1}{4})} = \log. \frac{0^m,76}{h\,(1 + \frac{1}{4})} +$$

$$+ \log. \frac{5}{4} = \log. \frac{0^m,76}{h\,(1 + \frac{1}{4})} + \log. \frac{0^m,76}{0^m,608}.$$

ter-se-ha então

$$X = 18393^m \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right) \left(\log. \frac{0^m,76}{h\,(1 + \frac{1}{4})} - \log. \frac{0^m,76}{H} + \right.$$

$$\left. + \log. \frac{0^m,76}{0^m,608}\right)$$

Os tres termos que compõe o valor de X podem ser tomados na taboa.

Seja $h = 0^m,48$, teremos $h\left(1 + \frac{1}{4}\right) = 0^m,60$ e h será incluido na taboa. Este processo bastará pois sempre que a columna barometrica na estação superior nãofôr menor que $0^m,48$, o que corresponde a uma altura de 3800^m acima do nivel do mar. Estes casos não exigem senão a addicção de mais um termo, e raras vezes acontecerá que se possa subir a maiores alturas em montanhas, principalmente na Europa.

EXEMPLO.—Mr. de Humboldt fez as seguintes observações sobre a montanha de Quindiú, no reino de Nova Granada, no ponto de divisão das aguas que correm de um lado para o Pacifico e de outro para o Atlantico.

	Altura do Barometro	Thermometro livre	Thermometro do Barometro	Latitude
Estação superior.....	$0^m,509818$	$+ 18^o,75$	$+ 20^o$	5^o
Ao nivel do oceano Pacifico no mesmo instante..........	$0^m,762944$	$+ 25^o,30$	$+ 25^o,3$	

Aqui tem-se $h = 0^m,509818\left(1 + \frac{5,3}{5412}\right)$.... = $0^m,510318$

ajuntando $\frac{1}{4}$ de h........................ = $0^m,127579$

Valor de h reduzido ás taboas............ $h =$ $0^m,6379$

Com $h = 0^m,6379$. } e $T + t = 44,05$ { a taboa dá $1522^m,46$

Com $H = 0^m,76294$ } + $33^m,50$

A constante $0^m,608$.. } $1937^m,80$

Somma...... $3493^m,76$

Correcção da latitude $+ \frac{1}{358}$ ....+ $9^m,76$

Altura sobre o oceano................. $3503^m,5$

O mesmo artificio serve ainda para pontos mais elevados, porque se h não estiver ainda na taboa depois de multi-

plical-o por $\frac{5}{4}$, nada impede multiplical-o mais uma vez por $\frac{5}{4}$, pois que em lugar do termo log. $\frac{0^m,76}{0^m,608}$, teremos o dobro. Com effeito, por este modo ter-se-ha evidentemente

$$\log.\ \frac{0^m,76}{h} = \log.\ \frac{0^m,76\,(1+\frac{1}{4})^2}{h\,(1+\frac{1}{4})^2} = \log.\ \frac{0^m,76}{h\,(1+\frac{1}{4})^2} +$$

$$+ 2\log.\ \frac{5}{4} = \log.\ \frac{0^m,76}{h\,(1+\frac{1}{4})^2} + 2\log.\ \frac{0^m,76}{0^m,608},$$

o que dará então

$$X = 18393^m\left(1+\frac{2\,(T+t)}{1000}\right)\left(\log.\ \frac{0^m,76}{h\,(1+\frac{1}{4})^2} - \log.\ \frac{0^m,76}{H} +\right.$$

$$\left. + 2\log.\ \frac{0^m,76}{0^m,608}\right).$$

Esta formula não é mais difficil de calcular do que a precedente. Ella é sufficiente até a altura do Chimboraço; mas, se quizermos passar todas as alturas accessiveis ao homem, mesmo a da ascenção de Gay-Lussac, não teremos mais do que tomar

$$X = 18393\left(1+\frac{2\,(T+t)}{1000}\right)\left(\log.\ \frac{0^m,76}{h\,(1+\frac{1}{4})^3} - \log.\ \frac{0^m,76}{H} +\right.$$

$$\left. + 3\log.\ \frac{0^m,76}{0^m,608}\right)$$

formula que será do mesmo modo facil de calcular. Eis-ahi o exemplo applicado á medida da altura do Chimboraço por Mr. de Humboldt.

	Altura do Barometro.	Thermometro livre.	Thermometro do Barometro.	Latitude.
Estação superior....	$0^m,377275$	$-\ 1^\circ,6$	$+\ 10^\circ$	$1^\circ 15'$
Ao nivel do Oceano Pacifico..........	$0^m,7620$	$+\ 25^\circ,3$	$+\ 25^\circ,3$	

Aqui temos

$$h=0{,}377275\left(1+\frac{15{,}3}{5412}\right)=0{,}377275+0{,}001067=\ldots=0{,}378342$$

Ajunta-se $\frac{1}{4}$ de h	$=0{,}094585$
	0,472927
O resultado não estando comprehendido na taboa, junta-se ainda $\frac{1}{4}$ do seu valor..............	0,118232
	0,591159
Este resultado está quasi comprehendido na taboa, por isso junta-se ainda $\frac{1}{4}$	0,147790
e tem-se emfim	$h=0{,}738949$

Com $h=0{,}73895$.		$234^{m},81$
$H=0{,}7620$..	e $T+t=23{,}7$ a taboa dá	$+\ 22\ ,00$
A constante $=0{,}6080$..		$1867\ ,10$
		$1867\ ,10$
		$1867\ ,10$
	Somma............	$5858^{m},11$
Correcção da latitude $+\frac{1}{352}$		$+16\ ,68$
	Altura do Chimboraço sobre o mar $=$	$5874^{m},79$

Emfim, resta-nos a examinar o caso em que os dous valores de H e de h, sejam ambos menores do que $0^{m},600$; este calculo é mui simples. Multiplica-se essas duas quantidades por um mesmo numero até que a estação inferior entre na taboa, depois do que procede-se como ácima.

Exemplo. — Suppõe-se que alguns viajantes passaram a noite a 2400 metros de altura e que partem deste ponto para se elevar mais. No momento da partida o seu barometro estava em $0^{m},5800$ e as alturas que elles observam á medida

que vão subindo são todas menores que este numero. Quer-se calcula-las pela taboa.

Para fixar as ideias supponhamos que se tenha tido....	$H = 0^m,5800$ ...	$h = 0^m,4700$
A cada uma das alturas ajunta-se $\frac{1}{10}$	$0^m,0580$	$0^m,0470$
	$H = 0^m,6380$ ...	$h = 0^m,5170$

Como agora H está na taboa, póde-se effectuar o calculo pelos methodos precedentes.

Refere-se aqui algumas indicações geraes, que Mr. Ramond deduzio de suas numerósas experiencias ; ellas devem servir para esclarecer os observadores sobre o gráo de precisão a que podem chegar as medidas barometricas, segundo os diversos estados da atmosphera.

1.º Estimar-se-ha em geral as pequenas alturas:

Quando se fizer as observações de manhã ou de tarde:

Quando o barometro inferior estiver em uma planicie e o barometro superior em um valle estreito e profundo:

Quando os ventos soprarem fortemente da região austral:

Quando o tempo fôr manifestamente tempestuoso, e neste caso póde-se commetter grandes erros.

2.º Estimar-se-ha ao contrario as grandes alturas:

Quando a observação fôr feita entre o meio dia e duas ou tres horas, sobretudo no estío e durante um sol ardente :

Quando o barometro superior estiver no cume de uma montanha, e o barometro inferior em uma garganta estreita e dominada:

Quando reinar um vento forte da região boreal, sobretudo se estiver-se sobre uma montanha na qual elle açoite a parte mais escarpada.

Emfim, a observação prova que em identicas circumstancias, o mercurio em um barometro á syphon, está sempre mais elevado do que em um barometro de bacia. Mr. Laplace mostra que esta desigualdade é um effeito da acção capillar

que deprime a columna de mercurio no barometro de bacia, entretanto que se compensa nas duas columnas do barometro á syphon.

Taboa das depressões do mercurio no barometro, devidas á sua capillaridade; calculada por Mr. Laplace.

Diametro interior dos tubos em millimetros.	Depressão, em millimetros.
2	4,5599
3	2,9023
4	2,0388
5	1,5055
6	1,1182
7	0,8813
8	0,6851
9	0,5354
10	0,4201
11	0,3506
12	0,2602
13	0,2047
14	0,1597
15	0,1245
16	0,0970
17	0,0754
18	0,0586
19	0,0430
20	0,0352

Exemplos numericos do calculo das alturas, pela formula

$$X = 18393^{m}(1+0{,}002837.\cos.2\psi)\left(1+\frac{2\,(T+t)}{1000}\right)\left(\log.\frac{0^{m},76}{h}-\log.\frac{0^{m},76}{H}\right)$$

H = comprimento da columna de mercurio na estação inferior, expresso em fracção decimal do metro.

h = comprimento da columna de mercurio na estação superior, correcta da dilatação do mercurio.

$T+t$ = somma das temperaturas do ar nas duas estações, expressa em gráos do thermometro centezimal.

1.º Caso — Se h e H estiverem comprehendidos na taboa, entra-se nella immediatamente.

EXEMPLO :

	Altura do Barometro	Thermometro livre	Thermometro do Barometro	Latitude em gráos sexagesimáes
Estação inferior.....	0m,75000	+ 18°	+ 18°	50°
Estação superior.....	0m,59889	+ 8	+ 8	

$T+t=26°$, $H=0^m,7500$, $h=0^m,59889\left(1+\frac{10}{5412}\right)$ = $0^m,600$

Com $h=0,600$.. } e $T+t=26$ { a taboa dá..... 1986m,4

Com $H=0,750$.. } .... — 111 ,3

Differença............ 1875m,1

Correcção da latitude — $\frac{1}{2030}$........ — 0 ,9

Differença de nivel... = 1874m,2

O termo proveniente de H é subtractivo quando H é menor do que $0^m,76$, e additivo quando excede $0^m,76$.

2.° CASO.—Quando h não estiver comprehendido na taboa e exceder a $0^m,480$.

EXEMPLO.

	Altura do Barometro	Thermometro livre	Thermometro do Barometro	Latitude
Estação superior.....	0m,50982	+ 18°,75	+ 20°	5°
Estação inferior.....	0m,77294	+ 25°,30	+ 25°,3	

$T+t=44°,05$, $H=0^m,76294$, $h=0^m,5098\left(1+\frac{5°,3}{5412}\right)=0^m,5103$

Ajunta-se $\frac{1}{4}$ de h............................ $0^m,1276$

Valor comprehendido na taboa............... $h=0^m,6379$

Com $h = 0,6379$ } e $T + t = 44,05$ { a taboa dá... 1522^m,46
Com $H = 0,7629$ ....+ 33^m,50
Constante $= 0,608$ .... 1937^m,80

3493^m,76

Correcção da lat. $\frac{1}{358}$ ....+ 9^m,76

Differença de nivel........................ 3503^m,52

3.º caso. — Quando h fôr menor do que 0^m,48 e menor que 0^m,384.

Exemplo.

	Altura do Barometro	Thermometro livre	Thermometro do Barometro	Latitude
Estação superior....	0^m,38294	— 1°,6	+ 10°	1°45'
Estação inferior....	0^m,76200	+ 25°,3	+ 25°,3	

$T+t$=23°7; H=0^m,7620; h=0^m,38294$\left(1+\frac{15,3}{5412}\right)$= = 0^m,384

Ajunta-se $\frac{1}{4}$ de h...................... = 0^m,096

0^m,480

Ajunta-se ainda $\frac{1}{4}$ deste valor......... 0^m,120

e tem-se .... h = 0^m,600

Com $h = 0,6000$ } e $T + t = 23,7$ { a taboa dá 1977,7
Com $H = 0,7620$ .... + 22,0
Constante $= 0,6080$ 1867,1

Ajuntando ainda...................... 1867 ,1

Somma.......... = 5733 ,9

Correcção da lat. + $\frac{1}{352}$............. 16 ,3

Differença de nivel.................... = 5750^m,2

4.º CASO.—Se H não estiver comprehendido na taboa, faz-se com que possa nella entrar, multiplicando ou dividindo H e h por um mesmo numero, por exemplo, ajuntando ou tirando de cada um delles $\frac{1}{10}$ de seus valores.

Seja $H = 0^m,5740$	....	$h = 0^m,4820$
Ajunta-se $\frac{1}{10}$ .. $0^m,0574$	....	$0^m,0482$
O que dá $H = 0^m,6314$	....	$h = 0^m,5302$

depois calcula-se a altura com esses numeros como nos exemplos precedentes.

Se ao contrario tivessemos

$H = 0^m,7800$	......	$h = 0^m,7270$
tirava-se $\frac{1}{10}$ $= 0^m,0780$	....	$= 0^m,0727$
o que daria $H = 0^m,7020$	......	$h = 0^m,6543$

depois acabava-se o calculo com estas alturas.

Se a somma dos thermometros livres $T + t$ não estivesse na taboa, servir-nos-hiamos das partes proporcionaes que estão indicadas no fim de cada linha.

Quando a differença de nivel fôr mui pequena, a desigualdade das temperaturas das duas columnas de mercurio póde encobrir sua differença real, e então não se sabe qual das duas se deve tomar para h e H. Mas, neste caso, não se tem mais do que reduzir uma qualquer das duas columnas á temperatura da outra. Esta reducção feita, a mais curta será h, e a mais longa H.

Emfim, quando se puder desprezar um erro de 6 a 8 metros, bastará tomar para h, H e $T + t$ numeros inteiros de millimetros e de gráos, despresando as fracções; então o calculo da differença de nivel não exigirá mais de quinze segundos de tempo.

FIM.

TABOA PRIMEIRA.

PARA CALCULAR A DEPRESSÃO DO HORISONTE E SUA DISTANCIA.

$$\text{Depres. verd.} = \frac{1}{\text{sen } 1''}\sqrt{\frac{2c}{R}}; \quad \text{Dist. do hor.} = \text{Depres. verd.} \times R \text{ sen. } 1''$$

$$\text{Depres. app.} = \text{Depres. verd.} \times 0{,}92. \qquad R = 6366698 \text{ metros.}$$

Altura do olho em metros	Depressão verdadeira	Differença	Distancia do horisonte em metros	Distancia em milhas	Depressão apparente	Differença
m 0,5	1' 22"	34"	2531	1,37	1' 15"	32"
1	1 56	26	3581	1,93	1 47	24
1,5	2 22	22	4383	2,37	2 11	20
2	2 44	19	5062	2,73	2 31	17
2,5	3 3	17	5649	3,05	2 48	16
3	3 20	18	6173	3,33	3 4	16
3,5	3 38	13	6729	3.63	3 20	12
4	3 51	14	7130	3,85	3 32	13
4,5	4 5	14	7562	4,08	3 45	13
5	4 19	12	7994	4,32	3 58	11
5,5	4 31	12	8365	4,52	4 9	11
6	4 43	12	8735	4,71	4 20	11
6,5	4 55	11	9106	4,92	4 31	10
7	5 6		9445	5,10	4 41	

Continuação da taboa primeira.

Altura do olho em metros	Depressão verdadeira	Differença	Distancia do horisonte em metros	Distancia em milhas	Depressão apparente	Differença
7^m	5' 6"		9445	5,10	4' 41"	
		11"				11"
7,5	5 17		9785	5,28	4 52	
		10				9
8	5 27		10093	5,45	5 1	
		10				9
8,5	5 37		10402	5,62	5 10	
		10				9
9	5 47		10711	5,78	5 19	
		9				8
9,5	5 56		10988	5,93	5 27	
		10				10
10	6 6		11297	6,10	5 37	
		17				15
11	6 23		11822	6,38	5 52	
		17				16
12	6 40		12347	6,66	6 8	
		17				16
13	6 57		12871	6.95	6 24	
		16				14
14	7 13		13365	7,21	6 38	
		15				14
15	7 28		13828	7,46	6 52	
		14				13
16	7 42		14260	7,70	7 5	
		15				14
17	7 57		14723	7,95	7 19	
		14				13
18	8 11		15156	8,18	7 32	
		13				12
19	8 24		15557	8,40	7 44	
		13.				12
20	8 37		15958	8,61	7 56	

Continuação da taboa primeira.

Altura do olho em metros	Depressão verdadeira	Differença	Distancia do horisonte em metros	Distancia em millas	Depressão apparente	Differença
m 20	8' 37"	13"	15958	8,61	7' 56"	12"
21	8 50	12	16359	8,83	8 8	11
22	9 2	12	16730	9,03	8 19	11
23	9 14	12	17100	9,23	8 30	11
24	9 26	12	17470	9,43	8 41	11
25	9 38	12	17841	9,63	8 52	11
26	9 50	11	18211	9,83	9 3	10
27	10 1	11	18551	10,01	9 13	10
28	10 12	11	18890	10,20	9 23	10
29	10 23	10	19230	10,38	9 33	9
30	10 33	11	19538	10,55	9 42	10
31	10 44	10	19878	10,73	9 52	10
32	10 54	10	20187	10,90	10 2	9
33	11 4	10	20496	11,06	10 11	9
34	11 14	10	20804	11,23	10 20	9
35	11 24	10	21112	11,40	10 29	9
36	11 34		21421	11,56	10 38	

Continuação da taboa primeira.

Altura do olho em metros	Depressão verdadeira	Differença	Distancia do horisonte em metros	Distancia em milhas	Depressão apparente	Differença
m 36	11' 34"	9"	21421	11,56	10' 38"	9"
37	11 43	10	21699	11,71	10 47	9
38	11 53	9	22008	11,88	10 56	8
39	12 2	9	22286	12,03	11 4	8
40	12 11	9	22563	12,18	11 12	9
41	12 20	9	22841	12,33	11 21	8
42	12 29	9	23119	12,48	11 29	8
43	12 38	9	23397	12,63	11 37	9
44	12 47	9	23675	12,78	11 46	8
45	12 56	8	23952	12,93	11 54	7
46	13 4	8	24199	13,06	12 1	8
47	13 12	9	24446	13,23	12 9	8
48	13 21	8	24724	13,35	12 17	7
49	13 29	8	24971	13,48	12 24	8
50	13 37	8	25218	13,61	12 32	7
51	13 45	8	25465	13,75	12 39	7
52	13 53		25712	13,88	12 46	

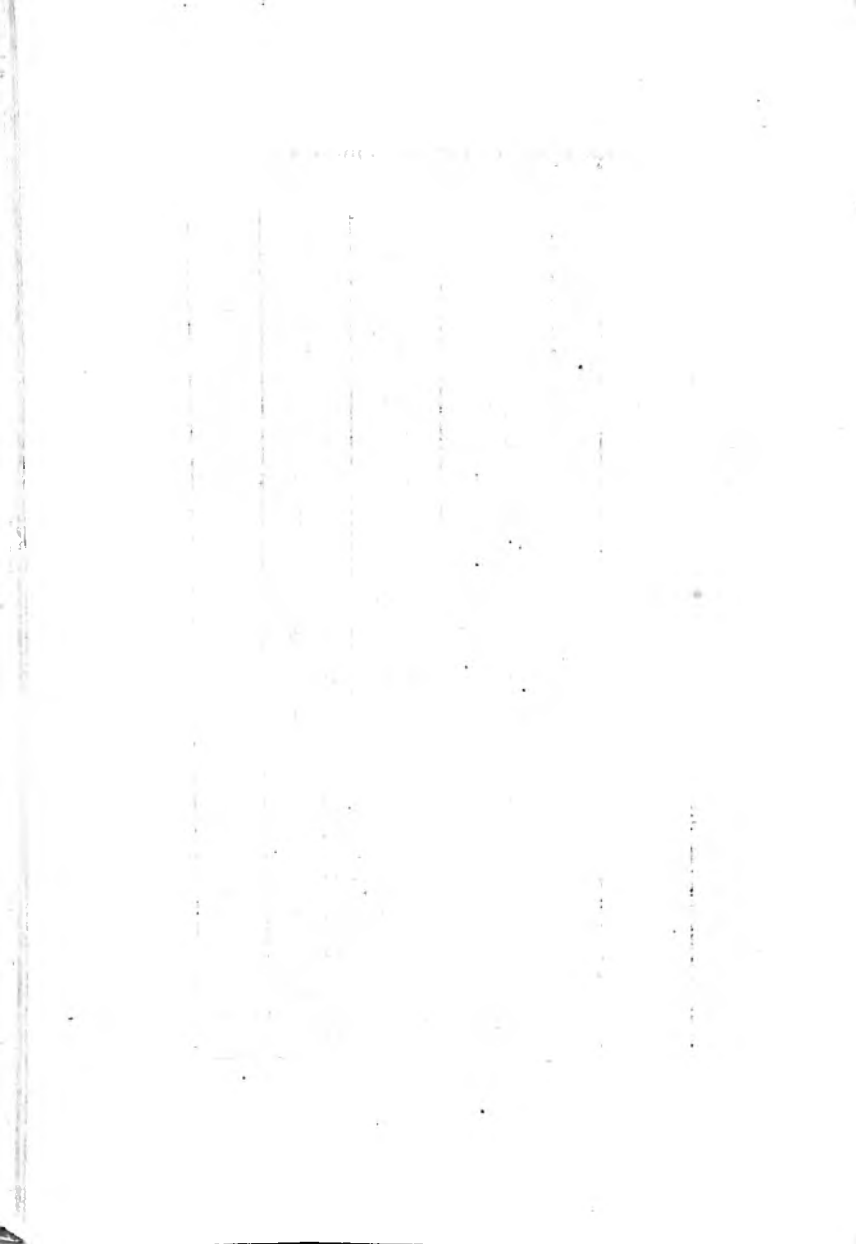
Continuação da taboa primeira.

Altura do olho em metros	Depressão verdadeira	Differença	Distancia do horisonte em metros	Distancia em milhas	Depressão apparente	Differença
m 52	13' 53"	9"	25712	13,88	12' 46"	8"
53	14 2	8	25989	14,03	12 54	8
54	14 10	8	26237	14,16	13 2	7
55	14 18	7	26483	14,30	13 9	7
56	14 25	7	26700	14,41	13 16	6
57	14 32	8	26915	14,53	13 22	7
58	14 40	8	27162	14,66	13 29	8
59	14 48	7	27409	14,80	13 37	6
60	14 55	8	27625	14,91	13 43	8
61	15 3	7	27873	15,05	13 51	6
62	15 10	7	28088	15,16	13 57	7
63	15 17	7	28305	15,28	14 4	6
64	15 24	8	28520	15,40	14 10	7
65	15 32	7	28768	15.53	14 17	7
66	15 39	7	28983	15,65	14 24	6
67	15 46	7	29199	15,76	14 30	7
68	15 53		29416	15,88	14 37	

Continuação da taboa primeira.

Altura do olho em metros	Depressão verdadeira	Differença	Distancia do horisonte em metros	Distancia em milhas	Depressão apparente	Differença
m 68	15' 53"	7"	29416	15,88	14' 37"	6"
69	16 0	7	29632	16,00	14 43	7
70	16 7	7	29848	16,11	14 50	6
71	16 14	7	30064	16,23	14 56	6
72	16 21	7	30280	16,35	15 2	7
73	16 28	6	30496	16,46	15 9	5
74	16 34	7	30681	16,56	15 14	7
75	16 41	6	30897	16,68	15 21	5
76	16 47	7	31083	16,78	15 26	7
77	16 54	7	31299	16,90	15 33	6
78	17 1	7	31515	17,01	15 39	7
79	17 8	6	31731	17,13	15 46	5
80	17 14	6	31916	17,23	15 51	6
81	17 20	7	32101	17,33	15 57	6
82	17 27	6	32317	17,45	16 3	6
83	17 33	7	32503	17,55	16 9	6
84	17 40		32719	17,66	16 15	

Continuação da taboa primeira.

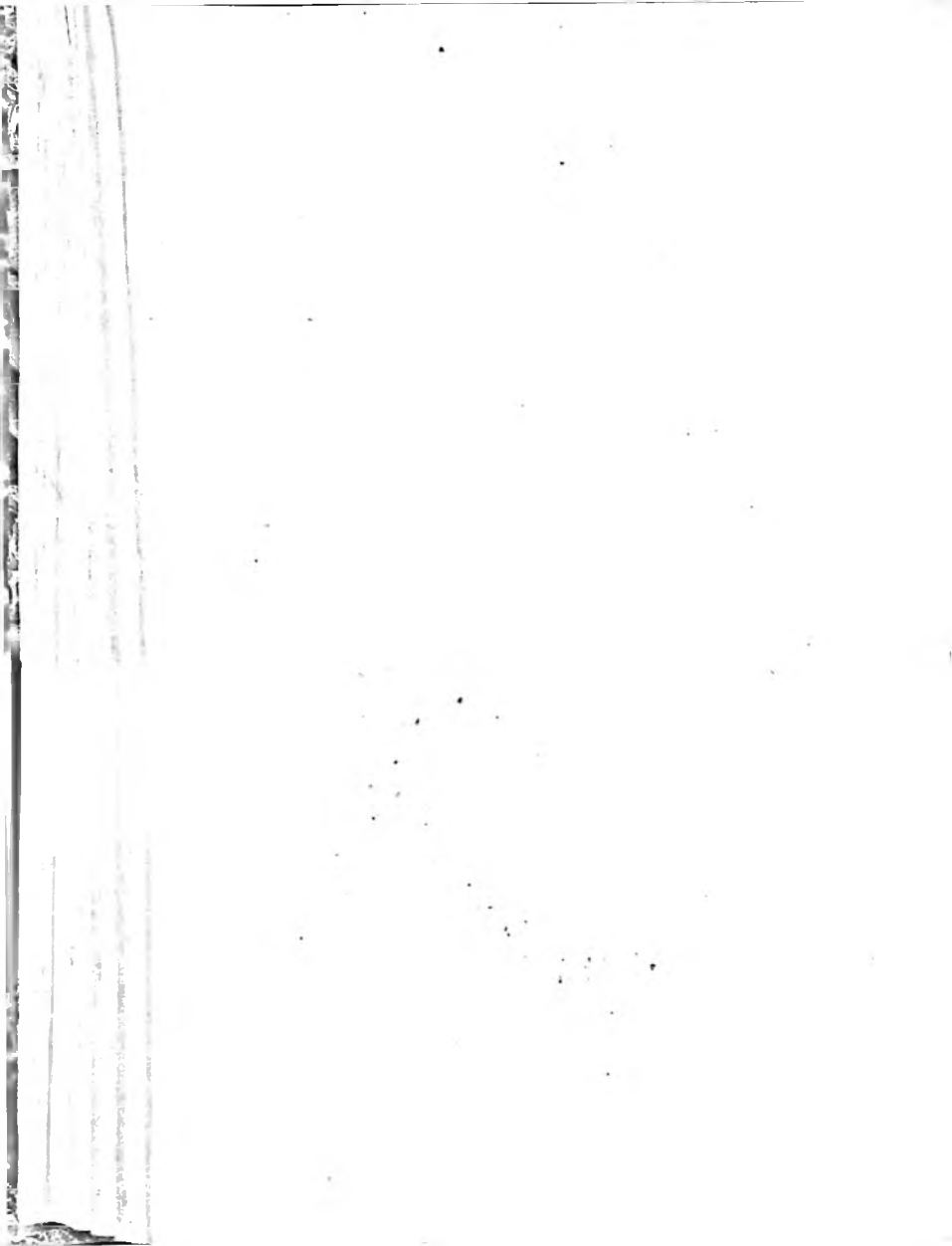
Altura do olho em metros	Depressão verdadeira	Differença	Distancia do horisonte em metros	Distancia em milhas	Depressão apparente	Differença
m 84	17' 40"		32719	17,66	16' 15"	
		6"				6"
85	17 46		32904	17,76	16 21	
		6				5
86	17 52		33089	17,86	16 26	
		6				6
87	17 58		33275	17,96	16 32	
		6				5
88	18 4		33460	18,06	16 37	
		6				6
89	18 10		33644	18,16	16 43	
		7				6
90	18 17		33860	18,28	16 49	
		6				6
91	18 23		34045	18,38	16 55	
		6				5
92	18 29		34231	18,48	17 0	
		6				6
93	18 35		34416	18,58	17 06	
		6				5
94	18 41		34601	18,68	17 11	
		6				6
95	18 47		34786	18,78	17 17	
		6				5
96	18 53		34972	18,88	17 22	
		6				6
97	18 59		35157	18,98	17 28	
		6				5
98	19 5		35342	19,08	17 33	
		6				6
99	19 11		35527	19,18	17 39	
		5				4
100	19 16		35682	19,26	17 43	

TABOA SEGUNDA

PARA OS CALCULOS DE UMA BASE POR MEIO DA VELOCIDADE DO SON.

Taboa para o hygrometro a condensação.

TEMPERATURA do ponto de orvalho em gráos centigrados.	VALORES correspondentes de f em millimetros.	TEMPERATURA do ponto de orvalho em gráos centigrados.	VALORES correspondentes de f em millimetros.
— 20°	1,3	15°	13,0
— 10	2,6	20	17,3
— 5	3,7	25	23,0
0	5,0	30	30,6
+ 5	7,0	35	40,4
10	9,5	40	53,0

Taboa para o hygrometro de cabello.

GRAOS do hygrometro.	VALORES correspondentes de y.	GRÁOS do thermometro centigrado.	VALORES correspondentes de F.
10	0,05	— 20°	1,3
20	0,12	— 10	2,6
30	0,20	— 5	3,7
40	0,26	0	5,0
50	0,35	+ 5	7,0
60	0,44	10	9,5
70	0,56	15	13,0
80	0,70	20	17,3
90	0,83	25	23,0
100	1,00	30	30,6
		35	40,4
		40	53,0

TABOA TERCEIRA.

PARA CALCULAR A ALTITUDE DE UM LUGAR POR MEIO DA DEPRESSÃO APPARENTE DO HORIZONTE.

$$\text{Altitude} = \frac{1}{2}\rho'\left(\frac{\text{sen }1''}{1-n}\right)^2\left(\delta-90^\circ\right)^2$$

NOTA. — A taboa precedente (primeira) faz conhecer as altitudes inferiores a 100 metros.

$\delta-90^\circ$	Altitude	Differença	$\delta-90^\circ$	Altitude	Differença
	m			m	
0° 17' 30"	97,8		0° 20' 45"	137,5	
		2,8			3,3
17 45	100,6		21 0	140,8	
		2,8			3,4
18 0	103;4		21 15	144,2	
		2,9			3,4
18 15	106,3		21 30	147,6	
		3,0			3,4
18 30	109,3		21 45	151,0	
		2,9			3,5
18 45	112,2		22 0	154,5	
		3,1			3,6
19 0	115,3		22 15	158,1	
		3.0			3,5
19 15	118,3		22 30	161,6	
		3,1			3,6
19 30	121,4		22 45	165,2	
		3,1			3,7
19 45	124,5		23 0	168,9	
		3,2			3,7
20 0	127,7		23 15	172,6	
		3,2			3,7
20 15	130,9		23 30	176,3	
		3,3			3,8
20 30	134,2		23 45	180,1	
		3,3			3,8
20 45	137,5		24 0	183,9	

Continuação da taboa terceira.

δ — 90°	Altitude	Differença	δ — 90°	Altitude	Differença
	m			m	
0° 24' 0"	183,9	3,9	0° 28' 15"	254,8	4,5
24 15	187,8	3,8	28 30	259.3	4,6
24 30	191,6	4.0	28 45	263,9	4,6
24 45	195,6	3,9	29 0	268,5	4,7
25 0	199.5	4,1	29 15	273,2	4,7
25 15	203,6	4,0	29 30	277,9	4,7
25 30	207,6	4,1	29 45	282,6	4,8
25 45	211,7	4,1	30 0	287,4	4,8
26 0	215,8	4,2	30 15	292,2	4.8
26 15	220,0	4,2	30 30	297,0	4,9
26 30	224,2	4,3	30 45	301,9	4,9
26 45	228,5	4,3	31 0	306,8	5,0
27 0	232,8	4,3	31 15	311,8	5,0
27 15	237,1	4,4	31 30	316,8	5,1
27 30	241,5	4,4	31 45	321,9	5,0
27 45	245,9	4,4	32 0	326,9	5,2
28 0	250,3	4,5	32 15	332,1	5,1
28 15	254,8		32 30	337,2	

Continuação da taboa terceira.

$\delta - 90^\circ$	Altitude	Differença	$\delta - 90^\circ$	Altitude	Differença
	m			m	
0° 32' 30"	337,2		0° 36' 45"	431,2	
		5,2			5,9
32 45	342,4		37 0	437,1	
		5,3			5,9
33 0	347,7		37 15	443,0	
		5,3			6,0
33 15	353,0		37 30	449,0	
		5,3			6,0
33 30	358,3		37 45	455,0	
		5,4			6,0
33 45	363.7		38 0	461,0	
		5,4			6,1
34 0	369,1		38 15	467,1	
		5,4			6,2
34 15	374,5		38 30	473,3	
		5,5			6.1
34 30	380,0		38 45	479,4	
		5,6			6,2
34 45	385,6		39 0	485,6	
		5,5			6,3
35 0	391,1		39 15	491,9	
		5,6			6,3
35 15	396,7		39 30	498,2	
		5,7			6,3
35 30	402,4		39 45	504,5	
		5,7			6,4
35 45	408.1		40 0	510,9	
		5,7			6,4
36 0	413,8		40 15	517,3	
		5,8			6,4
36 15	419,6		40 30	523,7	
		5,8			6,5
36 30	425,4		40 45	530,2	
		5,8			6,5
36 45	431,2		41 0	536,7	

Continuação da taboa terceira.

δ—90°	Altitude	Differença	δ—90°	Altitude	Differença
	m			m	
0° 41' 0"	536,7	6,6	0° 45' 15"	653,7	7,3
41 15	543,3	6,6	45 30	661,0	7,3
41 30	549,9	6,6	45 45	668,3	7,3
41 45	556,5	6,7	46 0	675,6	7,4
42 0	563,2	6,7	46 15	683,0	7,4
42 15	569,9	6,8	46 30	690,4	7,5
42 30	576,7	6,8	46 45	697,9	7,4
42 45	583,5	6,9	47 0	705,3	7,4
43 0	590,4	6,8	47 15	712,7	7,7
43 15	597,2	7,0	47 30	720,4	7,6
43 30	604,2	6,9	47 45	728,0	7,6
43 45	611,1	7,0	48 0	735,6	7,7
44 0	618,1	7,1	48 15	743,3	7.7
44 15	625,2	7,1	48 30	751,0	7,8
44 30	632,3	7,1	48 45	758,8	7,8
44 45	639,4	7,1	49 0	766,6	7,8
45 0	646,5	7,2	49 15	774,4	7,9
45 15	653.7		49 30	782,3	

Continuação da taboa terceira.

δ — 90°	Altitude	Differença	δ — 90°	Altitude	Differença
	m			m	
0° 49' 30"	782,3		0° 53' 45"	922,4	
		7.9			8,6
49 45	790,2		54 0	931,0	
		8,0			8,7
50 0	798,2		54 15	939,7	
		8,0			8,7
50 15	806,2		54 30	948,4	
		8,0			8,7
50 30	814,2		54 45	957,1	
		8,1			8.7
50 45	822,3		55 0	965,8	
		8,2			8,8
51 0	830,5		55 15	974,6	
		8,1			8,9
51 15	838,6		55 30	983,5	
		8,2			8,9
51 30	846,8		55 45	992.4	
		8,3			8,9
51 45	855.1		56 0	1001,3	
		8,2			8,9
52 0	863,3		56 15	1010,2	
		8,4			9,0
52 15	871,7		56 30	1019,2	
		8,3			9,1
52 30	880,0		56 45	1028,3	
		8,4			9,1
52 45	888,4		57 0	1037,4	
		8,5			9,1
53 0	896,9		57 15	1046,5	
		8,5			9,1
53 15	905,4		57 30	1055.6	
		8,5			9,2
53 30	913,9		57 45	1064,8	
		8,5			9,3
53 45	922,4		58 0	1074,1	

Continuação da taboa terceira.

$\delta - 90^\circ$	Altitude	Differença	$\delta - 90^\circ$	Altitude	Differença
	m			m	
0° 58' 0"	1074,1		1° 2' 15"	1237,2	
		9,3			10,0
58 15	1083,4		2 30	1247,2	
		9,3			10,0
58 30	1092,7		2 45	1257,2	
		9,3			10,0
58 45	1102,0		3 0	1267,2	
		9,5			10,2
59 0	1111,5		3 15	1277,4	
		9,4			10,0
59 15	1120,9		3 30	1287,4	
		9,5			10,2
59 30	1130,4		3 45	1297,6	
		9,5			10,2
59 45	1139,9		4 0	1307,8	
		9,5			10,2
1° 0 0	1149,4		4 15	1318,0	
		9,6			10,4
0 15	1159,0		4 30	1328,4	
		9,7			10,2
0 30	1168,7		4 45	1338,6	
		9,6			10,4
0 45	1178,3		5 0	1349,0	
		9,8			10,4
1 0	1188,1		5 15	1359,4	
		9,7			10,4
1 15	1197,8		5 30	1369.8	
		9,8			10,5
1 30	1207,6		5 45	1380,3	
		9,8			10,5
1 45	1217,4		6 0	1390,9	
		9,9			10.5
2 0	1227,3		6 15	1401,3	
		9,9			10,7
2 15	1237,2		6 30	1412,0	

Continuação da taboa terceira.

$\delta - 90°$	Altitude	Differença	$\delta - 90°$	Altitude	Differença
	m			m	
1° 6' 30"	1412,0	10,6	1° 10' 45"	1598,2	11,3
6 45	1422,6	10,7	11 0	1609,5	11,4
7 0	1433,3	10,7	11 15	1620,9	11,4
7 15	1444,0	10,8	11 30	1632,3	11,4
7 30	1454,8	10,7	11 45	1643,7	11,5
7 45	1465,5	10,9	12 0	1655,2	11,5
8 0	1476,4	10,9	12 15	1666,7	11,6
8 15	1487,3	10,9	12 30	1678.3	11,6
8 30	1498,2	10,9	12 45	1689,9	11,5
8 45	1509,1	11,0	13 0	1701,4	11,8
9 0	1520.1	11,1	13 15	1713.2	11,7
9 15	1531,2	11,0	13 30	1724,9	11,7
9 30	1542,2	11,2	13 45	1736,6	11,8
9 45	1553,4	11,2	14 0	1748,4	11,8
10 0	1564,6	11,1	14 15	1760,2	11,9
10 15	1575,7	11,2	14 30	1772,1	12,0
10 30	1586,9	11,3	14 45	1784,1	11,9
10 45	1598,2		15 0	1796,0	

Continuação da taboa terceira.

δ — 90°	Altitude	Differença	δ — 90°	Altitude	Differença
1° 15' 0"	m 1796,0		1° 19' 15"	m 2005,3	
		12,0			12,7
15 15	1808,0		19 30	2018,0	
		12,1			12,7
15 30	1820,1		19 45	2030,7	
		12,0			12,7
15 45	1832,1		20 0	2043,4	
		12,1			12,8
16 0	1844,2		20 15	2056,2	
		12,1			12,8
16 15	1856,3		20 30	2069,0	
		12,3			13,0
16 30	1868,6		20 45	2082,0	
		12,2			12,8
16 45	1880,8		21 0	2094,8	
		12,2			13,0
17 0	1893,0		21 15	2107,8	
		12,4			13,0
17 15	1905,4		21 30	2120,8	
		12,3			13,0
17 30	1917,7		21 45	2133,8	
		12,4			13,1
17 45	1930,1		22 0	2146,9	
		12,4			13,1
18 0	1942,5		22 15	2160,0	
		12,5			13,1
18 15	1955,0		22 30	2173,1	
		12,5			13,3
18 30	1967,5		22 45	2186,4	
		12,6			13,2
18 45	1980,1		23 0	2199,6	
		12,6			13,2
19 0	1992,7		23 15	2212,8	
		12.6			13,3
19 15	2005,3		23 30	2226,1	

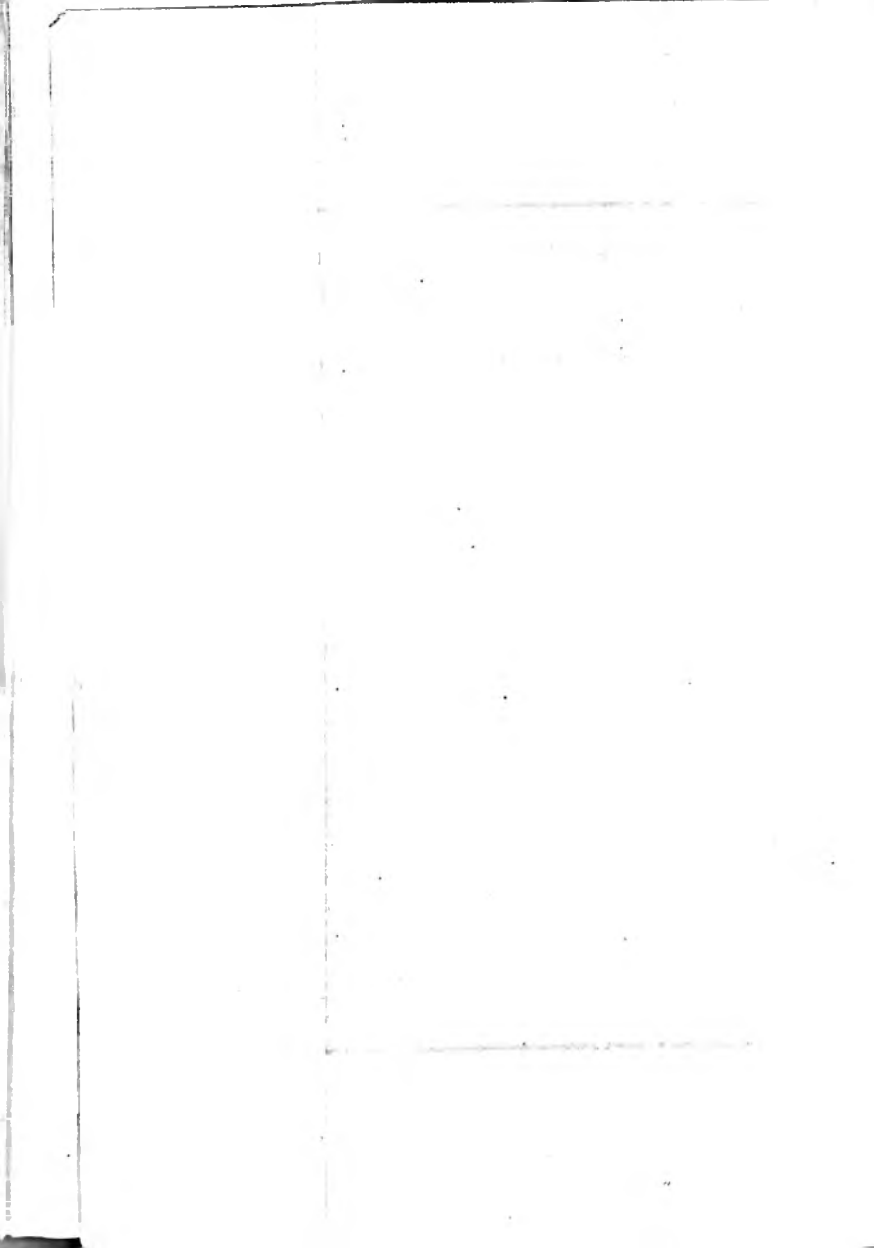
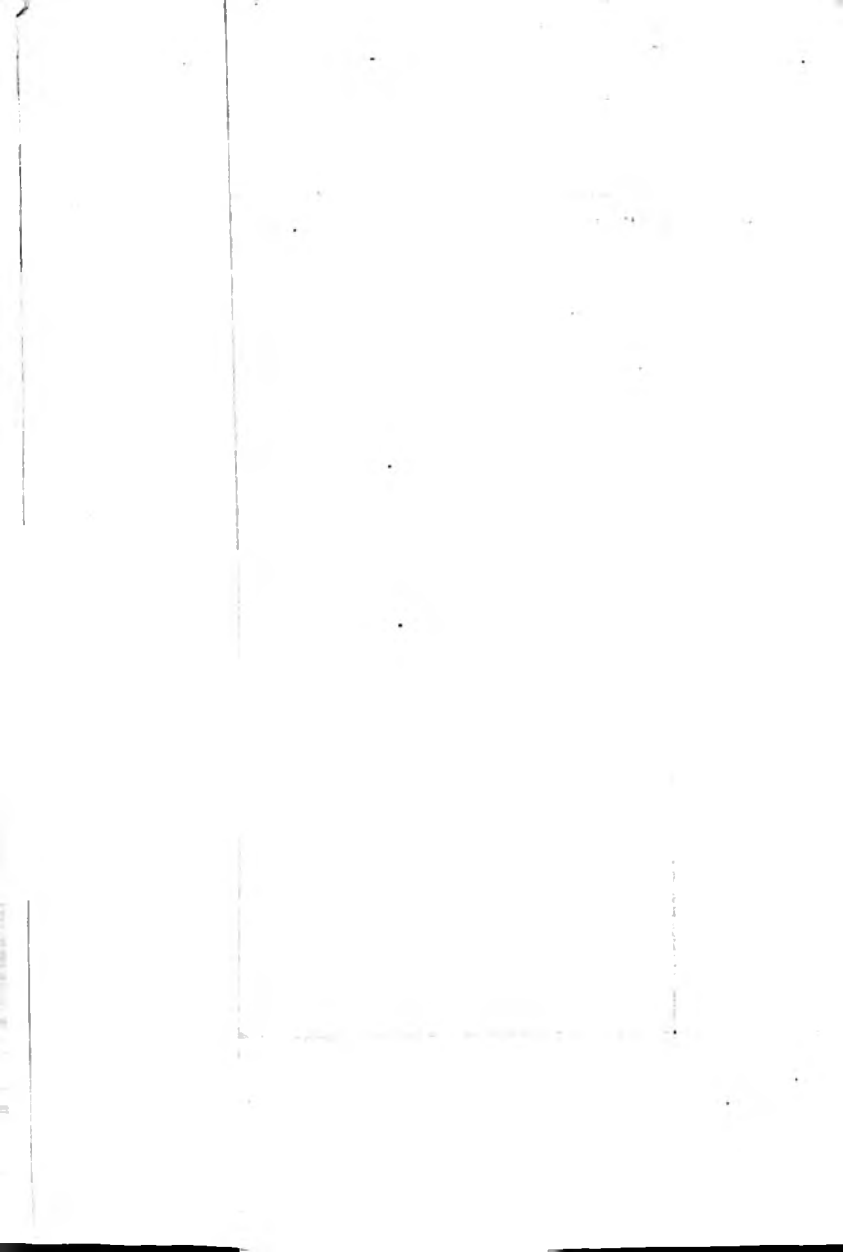
Continuação da taboa terceira.

δ — 90°	Altitude	Differença	δ — 90°	Altitude	Differença
	m			m	
1° 23' 30"	2226,1		1° 27' 0"	2416,7	
		13;4			13,9
23 45	2239,5		27 15	2430,6	
		13,4			14,0
24 0	2252,9		27 30	2444,6	
		13,4			14,0
24 15	2266,3		27 45	2458,6	
		13,5			13,9
24 30	2279,8		28 0	2472,5	
		13,5			14,1
24 45	2293,3		28 15	2486,6	
		13,6			14,2
25 0	2306,9		28 30	2500,8	
		13,6			14,1
25 15	2320,5		28 45	2514,9	
		13,6			14,1
25 30	2334,1		29 0	2529,0	
		13,6			14,3
25 45	2347,7		29 15	2543,3	
		13,7			14,2
26 0	2361,4		29 30	2557,5	
		13.8			14,4
26 15	2375,2		29 45	2571,9	
		13,8			14,4
26 30	2389,0		30 0	2586,3	
		13,8			14,4
26 45	2402,8		30 15	2600,7	
		13,9			14,3
27 0	2416,7		30 30	2615,0	

Somma das temperaturas do ar nas duas extremidades da columna, ou valores de T + t em gráos do thermometro centigrado.

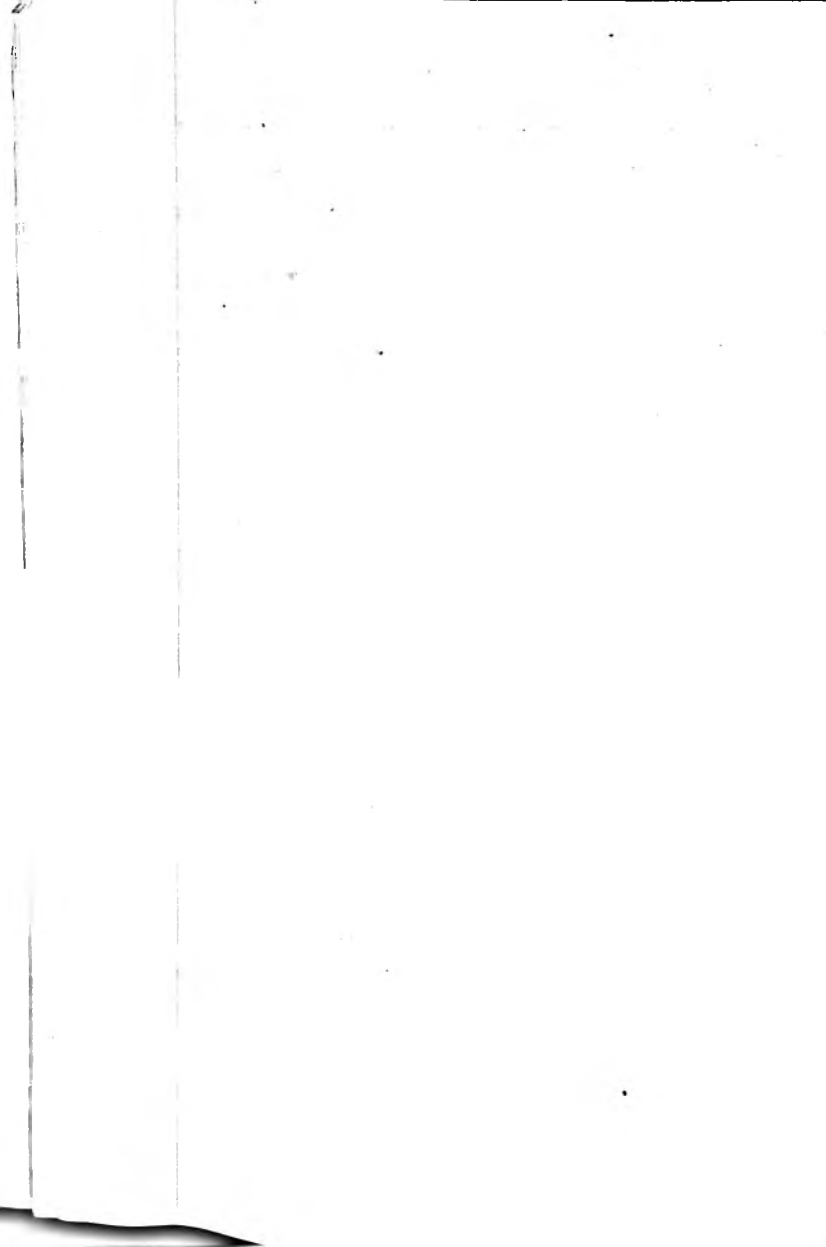
Altura do barometro	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	Differenças para 1°
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
765	53,6	53,7	53,8	53.9	54,0	54,1	54,2	54,4	54,5	54,6	54,7	54,8	54,9	55,0	55,1	0,10
764	42,9	43,0	43,1	43,2	43,2	43,3	43,4	43,5	43,6	43,7	43,8	43,8	43,9	44,0	44,1	0,08
763	32,2	32,3	32,4	32,4	32,5	32,5	32,6	32,7	32,7	32,8	32,9	32,9	33 0	33,0	33,1	0,06
762	21,5	21,5	21,6	21,6	21,7	21,7	21,7	21,8	21,8	21,9	21,9	22,0	22,0	22,0	22,1	0,04
761	10,8	10,8	10,8	10,8	10,8	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9	11,0	11,0	11,0	11,0	11,0	0,02
760	00,0	00,0	00,0	00,0	00,0	00,0	00,0	00,0	00,0	00,0	00,0	00,0	00,0	00,0	00,0	0,00
759	10,8	10,8	10,8	10,8	10,9	10,9	10,9	10,9	10,9	11,0	11,0	11,0	11,0	11,0	11,1	0,02
758	21,6	21,6	21,7	21,7	21,7	21,8	21,8	21,8	21,9	21,9	22,0	22,0	22,0	22,1	22,1	0,04
757	32,4	32,4	32,4	32,5	32,6	32,6	32,7	32,8	32,8	32,9	33,0	33,0	33,0	33,1	33,1	0,06
756	43,3	43,3	43,4	43,5	43.6	43,6	43.7	43,7	43,8	43.9	44,0	44,1	44,2	44,3	44,3	0,08
755	54,0	54,1	54,2	54,3	54,4	54,5	54,5	54,6	54,7	54,8	54,9	55,0	55,0	55,1	55,2	0,10
754	64,8	65,0	65,1	65,2	65,4	65,5	65,6	65,7	65,8	65,9	66,0	66,1	66,2	66,1	66,4	0,12
753	75,7	75,8	76,0	76,1	76,3	76,4	76,6	76,7	76,9	77,0	77,2	77,3	77,5	77,7	77,8	0,14
752	86,6	86,7	86,9	87,1	87,2	87,4	87,6	87,7	87,9	88,1	88,2	88,4	88,6	88,7	88,9	0,16
751	97,4	97,6	97,8	98.0	98,2	98.4	98,4	98,8	99,0	99,2	99,3	99,5	99,7	99,9	100,1	0,18
750	108,3	108,6	108,8	109,0	109,2	109,4	109,6	109,8	110,0	110,2	110,5	110,7	110,9	111,1	111,3	0.21
749	119,3	119,5	119,7	120,0	120,2	120,4	120,7	120,9	121,1	121,4	121,6	121,8	122,1	122,3	122,5	0,23
748	130,2	130,4	130,7	130,9	131,2	131,4	131,7	132,0	132,2	132,5	132,7	133,0	133,2	133,5	133,7	0,25
747	141,1	141,4	141,7	142,0	142,2	142,5	142,8	143,0	143,3	143,6	143,9	144,2	144,4	144,7	145,0	0,28
746	152,1	152,4	152,7	153,0	153,3	153,6	153,9	154,2	154,5	154,8	155,1	155,4	155,6	155,9	156,2	0,30
745	163,1	163,4	163,7	164,0	164,3	164,6	165,0	165,3	165,6	165,9	166,2	166,6	166,9	167,2	167,5	0,32
744	174,0	174,4	174,7	175,1	175,4	175,7	176,1	176,4	176,7	177,0	177,4	177,8	178,1	178,5	178,8	0,34
743	185,1	185,4	185,8	186,1	186,5	186,8	187,2	187,6	187,9	188,2	188,6	189,0	189,6	189,7	190,1	0,37
742	196,1	196,5	196,8	197,2	197,6	198,0	198,4	198,7	199,1	199,5	199,9	200,3	200,7	201,0	201,4	0,39
741	207,1	207,5	207,9	208,3	208,7	209,1	209,5	209,9	210,3	210,7	211,1	211,5	211,9	212,3	212,7	0,41
740	218,1	218,6	219,0	219,4	219,9	220,3	220,7	221,1	221,5	222,0	222,4	222,8	223,2	223,7	224,1	0,43
739	229,2	229,7	230,1	230,6	231,0	231,4	231,9	232,3	232,7	233,1	233,6	234,0	234,4	234,8	235,3	0,45
738	240,3	240,8	241,2	241,7	242,2	242,6	243,1	243,6	244,0	244,5	245,0	245,4	245,9	246,4	246,8	0,47
737	251,4	251,9	252,4	252,9	253,3	253,8	254,3	254,8	255,3	255,8	256,3	256,8	257,3	257,8	258,2	0,50
736	262,5	263,0	263,5	264,0	264,5	265,0	265,5	266,1	266,6	267,1	267,6	268,1	268,6	269,1	269,6	0,52
735	273,6	274,1	274,7	275,2	275,8	276,3	276,8	277,3	277,9	278,4	278,9	279,4	280,0	280,5	281,1	0,54
734	284,7	285,3	285,9	286,4	287,0	287,5	288,1	288,6	289,2	289,7	290,3	290,8	291,4	292,0	292,5	0,56
733	295,9	296,5	297,0	297,6	298,2	298,8	299,3	299,9	300,5	301,1	301,7	302,2	302,8	303,4	304,0	0,58
732	307,1	307,7	308,3	308,9	310,5	310,0	310,6	311,2	311,8	312,4	313,0	313,6	314,2	314,8	315,4	0,60
731	318,3	318,9	319,5	320,1	320,7	321,3	322,0	322,6	323,2	323,8	324,4	325,1	325,7	326,3	326,9	0,62
730	329,5	330,0	330,7	331,3	332,0	332,6	333,3	333,9	334,6	335,2	335,8	336,5	337,1	337,8	338,4	0,64
729	340,8	341,4	342,1	342,7	343,3	344,0	344,6	345,3	345,9	346,6	347,3	348,0	348,6	349,3	349,9	0,66
728	352,0	352,6	353,2	353,9	354,6	355,3	356,0	356,7	357,4	358,1	358,7	359,4	360,1	360,8	361,5	0,68
727	363,2	363,9	364,3	365,3	366,0	366,7	367,4	368,1	368,8	369,5	370,2	370,9	371,6	372,3	373,0	0,71
726	374,4	375,1	375,9	376,6	377,3	378,0	378,7	379,5	380,2	380,9	381,7	382,4	383,1	383,9	384,6	0,73

Altura do barometro	Somma das temperaturas do ar nas duas extremidades da columna, ou valores de T + t em gráos do thermometro centigrado.																Differenças para 1°
	27°	28°	29°	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
765	55,2	55,3	55,4	55,5	55,6	55,7	55,8	55,9	56,0	56.1	56.2	56,3	56,4	56,5	56,6	56.7	0,10
764	44,2	44,3	44,4	44,4	44,5	44,6	44,6	44,7	44,8	44,9	45,0	45,0	45,1	45,2	45,3	45,4	0,08
763	33.2	33,2	33,3	33,4	33.4	33,5	33,5	33,6	33,6	33,7	33,7	33,8	33,8	33,9	34,0	34,0	0,06
762	22,1	22,2	22,2	22,2	22,3	22,3	22,3	22,4	22,4	22,4	22,5	22,5	22,6	22,6	22,6	22,7	0,04
761	11,1	11,1	11.1	11,1	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2	11,3	11,3	11,3	11,3	11,3	0,02
760	00,0	00,0	00,0	00.0	00,0	00,0	00,0	00.0	00,0	00.0	00,0	00,0	00,0	00,0	00.0	00,0	0,00
759	11,1	11,1	11,1	11,1	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2	11.2	11.2	11,3	11,3	11,3	11,3	11,3	0,02
758	22,2	22,2	22,2	22,3	22,3	22,4	22,4	22,4	22,4	22,4	22,5	22,5	22,6	22,6	22,6	22,7	0,04
757	33,2	33,3	33,3	33,4	33.4	33,5	33,5	33,6	33.6	33,7	33,7	33,8	33,8	33,9	34,0	34,0	0,06
756	44,4	44,5	44,6	44,7	44,8	44,8	44,8	44,8	44,8	44.9	45,0	45,0	45,1	45,2	45,3	45,4	0,08
755	55,3	55,4	55,5	55,5	55,6	55,7	56,8	55,9	56,0	56,1	56,2	56.3	56,4	56,5	56,6	56.7	0,10
754	66,5	66,6	66,8	66,9	67,0	67,2	67,4	67,4	67,5	67,6	67,7	67,9	67,9	68.1	68,2	68,3	0,12
753	77,9	78,1	78,2	78,4	78.5	78.6	78,7	78,8	78,9	79.1	79,2	79,3	79,5	79,7	79,8	79.9	0.14
752	89,1	89,2	89,4	89,6	89,8	89,9	90,1	90,2	90,4	90,5	90,7	90,9	91,0	91,2	91.4	91,6	0,16
751	100,3	100,5	100,8	101,0	101.1	101,2	101,4	101.6	101,8	102,0	102,2	102,4	102,6	102,8	103,0	103,2	0,18
750	111,5	111,7	111,9	112,1	112.4	112,6	112,8	113,0	113,3	113.5	113,7	113,9	114.1	114,4	114,6	114,8	0,21
749	122,7	123,0	123,2	123,4	123,7	123,9	124,2	124,5	124,8	125.0	125,2	125,4	125,7	126.0	126,2	126,4	0,23
748	134,0	134,2	134,5	134,7	135,0	135,3	135,6	135,9	136,2	136.5	136,7	137,0	137,2	137.5	137,8	138,0	0,25
747	145,2	145,5	145,8	146,1	146.3	146,6	147,1	147,4	147,7	148,0	148.3	148,5	148,8	149.1	149.4	149,7	0,28
746	156,5	156,8	157,1	157,4	157,7	158.0	158,5	158.8	159,2	159.5	159.8	160,1	160,3	160,7	161.0	161,3	0,30
745	167,8	168.1	168,5	168,8	169.1	169,4	170,0	170,3	170,7	171,0	171.3	171,6	171,9	172,3	172.6	172,9	0,32
744	179.1	179,5	179.8	180,1	180.5	180,8	181,4	181,8	182,1	182.4	182,8	183,1	183,5	183,8	184,2	184,5	0,34
743	190,4	190,8	191,2	191,5	191,9	192,2	192,8	193,2	193,6	193,9	194.3	194.7	195,0	195.4	195,8	196,1	0,37
742	201,8	202,2	202,6	202,9	203,3	203,7	204,2	204,7	205,1	205,4	205,9	206,2	206,6	207,0	207,4	207,8	0,39
741	213,2	213,6	214,0	214.4	214,8	215,2	215,7	216,1	216,5	216,9	217,4	217,8	[illegible]	218,5	219,0	219,4	0,41
740	224,5	224,9	225,4	225,8	226,2	226,6	227,1	227,6	228,0	228,4	228,9	229,3	229,7	230,1	230,6	231,0	0,43
739	237,7	236,1	236,5	237,0	237,4	237,8	238,7	239,2	239.6	240,0	240,0	241,0	241,4	241,8	242,3	242,8	0,45
738	247,3	247,8	248,2	248,7	249,2	249,7	250,2	250,8	251,2	251,7	251,7	252,6	253,1	253,5	254,1	254,5	0,47
737	258,7	259,2	259,7	260,2	260,7	261,2	261,8	262.4	262,8	263,3	263,9	264,3	264,8	265,3	265,8	266,3	0,50
736	270,2	270,7	271,2	271,7	272,2	272,7	273.4	274,0	274,4	275,0	275,5	276,0	276,5	277,0	277,6	278,0	0,52
735	281,6	282.1	282,7	283,2	283,7	284,3	285,0	285,6	286,1	286,6	287,2	287,7	288,2	288,7	289.3	289,8	0,54
734	293,1	293,6	294,2	294,7	295,3	295,8	296,5	297,1	297,7	298,2	298.8	299,3	299,9	300,4	301,0	301,6	0,56
733	304,5	305,1	305,7	306,3	306,9	307,4	308,2	308,7	309,3	309,9	310,5	311,0	311,[illegible]	312,1	312,8	313,3	0,58
732	316,0	316,6	317,2	317,8	318,4	319,0	319,7	320,3	320,9	321,5	322,1	322,7	322,3	323,9	324,5	325,1	0,60
731	327,6	328,2	328,8	329,4	330,0	330,7	331,2	331,9	332,5	333,2	333.8	334,3	335,4	335,6	336,3	336,8	0,62
730	339,1	339,7	340,4	341,0	341,6	342,8	343,3	343,5	344,1	344,8	345,4	346,0	346,7	347,3	348,0	348,6	0,64
729	350,6	351,3	351,6	352,6	353,3	353,9	354,5	355,3	355,9	356,6	357,2	357,8	358,4	359,2	359,9	360,5	0,66
728	362,2	362,9	363,5	364,2	364,9	365,6	366,3	367,0	367,7	368,4	369,0	369,7	370,4	371,1	371,8	372,4	0,68
727	373,7	374,4	375,2	375,9	376.6	377,3	378,0	378,8	379,4	380,2	380,9	381,5	382,3	382,9	383,7	384,4	0,71
726	385,3	386,1	386,8	387,5	388,3	389,0	389,8	390,5	391,2	392,0	392,7	393,4	394,1	394,8	395,6	396,3	0,73

Altura do barometro	Somma das temperaturas do ar nas duas extremidades da columna, ou valores de T + t em grãos do thermometro centigrado.															Differenças para 1°
	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
725	385,7	386,4	387,2	387,9	388,7	389,4	390,2	390,9	391,7	392,4	393,2	393,9	394,7	395,4	396,2	0,75
724	397,0	397,7	398,5	399,3	400,1	400,8	401,6	402,4	403,1	403,9	404,7	405,5	406,2	407,0	407,8	0,77
723	408,2	409,0	409,8	410,6	411,4	412,2	413,0	413,8	414,6	415,4	416,2	417,0	417,8	418,6	419,4	0,79
722	419,6	420,4	421,2	422,0	422,8	423,7	424,5	425,3	426,1	426,9	427,7	428,6	429,1	430,2	431,0	0,82
721	430,9	431,8	432,6	433,4	434,3	435,1	435,9	436,8	437,6	438,5	439,3	440,2	441,0	441,8	442,7	0,84
720	442,3	443,1	444,0	444,8	445,7	446,5	447,4	448,2	449,1	450,0	450,8	451,7	452,6	453,4	454,3	0,86
719	453,6	454,5	455,4	456,3	457,2	458,1	458,9	459,8	460,7	461,6	462,5	463,4	464,3	465,1	466,0	0,88
718	465,0	465,9	466,8	467,7	468,7	469,6	470,5	471,4	472,3	473,2	474,1	475,0	475,9	476,8	477,7	0,90
717	476,4	477,3	478,3	479,2	480,1	481,1	482,0	482,9	483,8	484,8	485,7	486,6	487,6	488,5	489,4	0,93
716	487,8	488,8	489,7	490,7	491,6	492,6	493,5	494,5	495,4	496,4	497,4	498,3	499,3	500,2	501,2	0,95
715	499,3	500,2	501,2	502,2	503,2	504,1	505,1	506,1	507,1	508,0	509,0	510,0	511,0	511,9	512,9	0,97
714	510,7	511,7	512,7	513,7	514,7	515,7	516,7	517,7	518,7	519,7	520,7	521,7	522,7	523,7	524,7	1,00
713	522,2	523,2	524,3	525,3	526,3	527,3	528,3	529,3	530,3	531,3	532,4	533,4	534,4	535,4	536,4	1,02
712	533,7	534,7	535,7	536,8	537,8	538,9	539,9	540,9	542,0	543,0	544,1	545,1	546,2	547,2	548,2	1,04
711	545,1	546,2	547,3	548,3	549,4	550,5	551,5	552,6	553,7	554,7	555,8	556,9	557,9	559,0	560,0	1,06
710	556,7	557,8	558,9	560,0	561,0	562,1	563,2	564,3	565,3	566,4	567,5	568,6	569,7	570,8	571,9	1,09
709	568,3	569,4	570,5	571,6	572,7	573,8	574,8	575,9	577,1	578,2	579,3	580,4	581,5	582,6	583,7	1,11
708	579,7	580,9	582,0	583,1	584,3	585,4	586,5	587,7	588,8	590,0	591,0	592,2	593,3	594,4	595,6	1,13
707	591,3	592,4	593,6	594,7	595,9	597,0	598,2	599,4	600,5	601,7	602,9	604,0	605,1	606,3	607,5	1,16
706	602,9	604,1	605,2	606,4	607,6	608,8	609,9	611,1	612,3	613,5	614,6	615,8	617,0	618,2	619,4	1,18
705	614,4	615,5	616,8	618,0	619,2	620,4	621,6	622,8	624,0	625,2	626,4	627,6	628,8	630,0	631,2	1,20
704	626,1	627,3	628,6	629,8	631,0	632,2	633,4	634,6	635,9	637,1	638,3	639,5	640,7	642,0	643,2	1,22
703	637,7	638,9	640,2	641,4	642,7	644,0	645,2	646,4	647,7	648,9	650,2	651,4	652,6	653,9	655,1	1,25
702	649,3	650,6	651,9	653,1	654,4	655,7	656,9	658,2	659,5	660,8	662,0	663,3	664,6	665,8	667,1	1,27
701	661,0	662,3	663,6	664,9	666,2	667,5	668,7	670,0	671,3	672,6	673,9	675,2	676,5	677,8	679,1	1,29
700	672,7	674,0	675,3	676,6	677,9	679,2	680,6	681,9	683,2	684,5	685,8	687,1	688,4	689,8	691,1	1,31
699	684,5	685,8	687,1	688,4	689,8	691,1	692,5	693,8	695,2	696,5	697,8	699,1	700,5	701,9	703,2	1,33
698	696,2	697,6	698,9	700,3	701,6	703,0	704,4	705,7	707,1	708,4	709,8	711,2	712,5	713,9	715,3	1,35
697	708,0	709,4	710,7	712,1	713,5	714,9	716,3	717,7	719,1	720,4	721,8	723,2	724,6	726,0	727,4	1,38
696	719,8	721,2	722,5	724,0	725,3	726,8	728,2	729,6	731,0	732,4	733,8	735,2	736,6	738,0	739,5	1,40
695	731,6	733,0	734,4	735,8	737,2	738,7	740,1	741,5	743,0	744,4	745,8	747,3	748,7	750,1	751,6	1,42
694	743,3	744,7	746,2	747,6	749,1	750,5	752,0	753,4	754,9	756,3	757,8	759,3	760,7	762,2	763,6	1,44
693	755,1	756,5	758,0	759,5	760,9	762,4	763,9	765,3	766,8	768,3	769,8	771,3	772,8	774,2	775,7	1,47
692	766,9	768,3	769,8	771,3	772,8	774,3	775,8	777,3	778,8	780,3	781,8	783,3	784,8	786,3	787,8	1,49
691	778,6	780,1	781,6	783,2	784,6	786,2	787,7	789,2	790,8	792,2	793,8	795,4	795,9	798,3	799,9	1,51
690	790,4	791,9	793,4	795,0	795,5	798,1	799,6	801,1	802,7	804,2	805,8	807,4	808,9	810,4	812,0	1,54
689	802,3	803,9	805,4	807,0	808,5	810,2	811,7	813,2	814,8	816,4	818,0	819,6	821,1	822,7	824,3	1,56
688	814,3	815,8	817,4	819,0	820,6	822,2	823,8	825,3	827,9	828,5	830,1	831,8	833,3	834,9	836,5	1,58
687	826,2	827,8	829,4	831,0	832,6	834,3	835,8	837,4	839,1	840,7	842,3	844,0	845,6	847,2	848,8	1,61
686	838,1	839,7	841,4	843,0	844,6	846,3	847,9	849,5	851,2	852,8	854,5	856,2	857,8	859,4	861,0	1,63

Altura do Barometro	Somma das temperaturas do ar nas duas extremidades da columna, ou valores de T + t em gráos do thermometro centigrado.																Differenças para 1°
	27°	28°	29°	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
725	396,9	397,7	398,4	399,2	399,9	400,7	401,5	402,3	403,0	403,8	404,5	405,2	406,0	406,7	407,5	408,2	0,75
724	408,6	409,3	410,1	410,9	411,7	412,4	413,2	414,0	414,8	415,5	416,3	417,0	417,9	418,6	419,4	420,1	0,77
723	420,2	421,0	421,8	422,6	423,4	424,2	425,0	425,8	426,6	427,3	428,1	428,9	429,7	430,5	431,3	432,0	0,79
722	431,8	432,7	433,5	434,3	435,1	435,9	436,7	437,5	438,3	439,1	440,0	440,7	441,6	442,3	443,2	444,0	0,82
721	443,5	444,4	445,2	446,1	446,9	447,7	448,5	449,3	450,1	450,9	451,8	452,6	453,4	454,2	455,1	455,9	0,84
720	455,2	456,0	456,9	457,7	458,6	459,5	460,2	461,0	461,9	462,7	463,6	464,4	465,3	466,1	467,0	467,8	0,86
719	466,9	467,8	468,7	469,6	470,5	471,3	472,1	473,0	473,9	474,7	475,6	476,4	477,4	478,2	479,1	479,9	0,88
718	478,6	479,5	480,4	481,3	482,2	483,2	484,0	484,9	435,8	486,7	487,6	488 5	489,4	490,3	491,2	492,1	0,90
717	490,4	491,3	492,2	493,1	494,1	495,0	496,0	496,9	497,8	498,7	499,6	500,5	561,5	502,4	503,3	504,2	0,93
716	502,1	503,1	504,0	505,0	505,9	506,9	507,9	508,8	509,8	510,7	511,6	512,6	513,5	514,5	515,4	516,3	0,95
715	513,9	514,9	515,8	516,8	517,8	518,8	519,8	520,8	521,8	522,7	523,7	524,6	525,6	526,6	527,6	528,5	0,97
714	525,7	526,7	527,7	528,6	529,6	530,6	531,7	532,7	533,7	534,7	535,7	536,6	537,7	538,7	539,7	540,6	1,00
713	537,5	538,5	539,5	540,5	541,5	542,6	543,7	544,7	545,7	546,7	547,7	548,7	549,7	550,7	551,8	552,7	1,02
712	549,3	550,3	551,4	552,4	553,4	554,5	555,6	556,6	557,7	558,7	559,7	560,7	561,7	562,8	563,9	564,8	1,04
711	561,1	562,2	563,2	564,3	565,4	566,4	567,5	568,6	569,6	570,7	571,7	572,7	573,8	574,9	576,0	577,0	1,06
710	572,9	574,0	575,1	576,2	577,3	578,4	579,4	580,5	581,6	582,7	583,7	584,8	585,9	587,0	588,1	589,1	1,09
709	584,8	585,9	587,0	588,2	589,3	590,4	591,5	592,6	593,7	594,8	595,9	597,0	598,1	599,2	600,4	601,4	1,11
708	596,7	597,8	599,9	600,1	601,2	602,4	603,6	604,7	605,8	607,0	608,1	609,2	610,3	611,5	612,6	613,7	1,13
707	608,6	609,8	610,9	612,1	613,2	614,4	615,6	616,8	618,0	619,1	620,2	621,4	622,6	623,7	624,9	626,0	1,16
706	620,5	621,7	622,9	624,1	625,2	626,4	627,7	628,9	630,1	631,3	632,4	633,7	634,8	636,0	637,1	638,3	1,18
705	632,4	633,6	634,8	636,0	637,2	638,4	639,8	641,0	642,2	643,4	644,6	645,9	647,0	648,2	649,4	650,6	1,20
704	644,4	645,6	646,9	648,1	649,3	650,5	651,9	653,1	654,3	655,5	656,8	658,1	659,2	660,4	661,7	662,8	1,22
703	656,4	657,6	658,9	660,1	661,4	662,6	663,0	665,2	666,4	667,7	669,0	670,3	671,4	672,7	673,9	675,1	1,25
702	668,4	669,7	670,9	672,2	673,4	674,7	676,0	677,3	678,6	679,8	681,0	682,5	683,7	684,9	686,2	687,4	1,27
701	680,4	681,7	682,9	684,2	685,5	686,8	688,1	689,4	690,7	692,0	693,3	694,7	695,9	697,2	698,4	699,7	1,29
700	692,4	693,7	695,0	696,3	697,7	699,0	700,2	701,5	702,8	704,1	705,5	706,9	708,1	709,4	710,7	712,0	1,31
699	704,5	705,8	707,2	708,5	709,9	711,2	712,5	713,8	715,1	716,4	717,9	719,3	720,5	721,8	723,1	724,5	1,33
698	716 6	718,0	719,3	720,7	722,1	723,5	724,7	726,1	727,4	728,8	730,2	731,6	732,9	734,2	735,6	736,9	1,35
697	728,7	730,1	731,5	732,9	734,3	735,7	737,0	738,3	739,7	741,1	742,6	744,0	745,3	746,7	748,0	749,4	1,38
696	740,8	742,3	743,6	745,1	746,5	747,9	749,2	750,6	752,0	753,4	754,9	756,3	757,7	759,1	760,5	761,9	1,40
695	753,0	754,4	755,8	757,3	758,7	760,2	761,5	762,9	764,4	765,8	767,3	768,7	770,1	771,5	772,9	774,4	1,42
694	765,1	766,5	768,0	769,4	770,9	772,4	773,8	775,2	776,7	778,1	779,6	781,1	782,4	783,9	785,3	786,8	1,44
693	777,2	778,7	780,1	781,6	783,1	784,6	786,0	787,5	789,1	790,4	792,0	793,4	794,8	796,3	797,8	799,3	1,47
692	789,3	790,8	792,3	793,8	795,3	796,8	798,3	799,7	801,3	802,7	804,3	805,8	807,2	808,8	810,2	812,8	1,49
691	801,4	803,0	804,4	806,0	807,5	809,1	810,5	812,0	813,7	815,1	816,7	818,1	819,6	821,2	822,7	824,2	1,51
690	813,5	815,1	816,6	818,2	819,7	821,3	822,8	824,3	825,9	827,4	829,0	830,5	832,0	833,6	835,1	836,7	1,54
689	825,8	827,4	829,9	830,6	832,1	833,7	835,2	836,8	838,4	839,9	841,5	843,1	844,6	846,2	847,7	849,3	1,56
688	838,1	839,7	841,3	842,9	844,5	846,1	847,7	849,2	850,8	852,4	854,0	855,6	857,2	858,8	860,3	862,0	1,58
687	850,4	852,0	853,6	855,3	856,8	858,5	860,1	861,7	863,3	864,9	866,6	868,2	869,7	871,4	873,0	874,6	1,61
686	862,7	864,3	866,0	867,6	869,2	870,9	872,5	874,1	875,8	877,4	879,1	880,7	882,3	884,0	885,6	887,3	1,63

Somma das temperaturas do ar nas duas extremidades da columna, ou valores de T + t em grãos do thermometro centigrado.

Altura do barometro	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	Differenças para 1°
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
685	850,1	851,7	853,4	855,1	856,7	858,4	860,0	861,7	863,4	865,0	866,7	868,4	870,0	871,7	873,3	1,65
684	862,0	863,7	865,3	867,1	868,7	870,4	872,1	873,8	875,5	877,1	878,8	880,5	882,2	883,9	885,6	1,68
683	873,9	875,6	877,3	879,1	880,7	882,5	884,2	885,9	887,6	889,3	891,0	892,7	894,4	896,2	897,8	1,70
682	885,8	887,6	889,3	891,1	892,7	894,5	896,2	898,0	899,7	901,4	903,2	904,9	906,7	908,4	910,1	1,73
681	397,8	899,5	901,3	903,1	904,8	906,6	908,3	910,1	911,9	913,6	915,3	917,1	918,9	920,7	922,3	1,75
680	909,7	911,5	913,3	915,1	916,8	918,6	920,4	922,2	924,0	925,7	927,5	929,3	931,1	932,9	934,6	1,78
679	921,8	923,7	925,5	927,3	929,0	930,8	932,7	934,5	936,3	938,0	939,9	941,7	943,5	945,3	947,1	1,80
678	934,0	935,8	937,6	939,5	941,2	943,1	944,9	946,8	948,6	950,4	952,2	954,1	955,9	957,7	959,5	1,83
677	946,1	948,0	949,8	951,7	953,5	955,3	957,2	959,0	960,9	962,7	964,6	966,4	968,3	970,2	972,0	1,85
676	958,2	960,1	962,0	953,9	965,7	967,6	969,4	971,3	973,2	975,1	976,9	978,8	980,7	982,6	984,4	1,87
675	970,4	972,3	974,2	976,1	977,9	979,8	981 7	983,6	985,5	987,4	989,3	091,2	993,1	995,0	996,9	1 89
674	982,5	984,4	986,3	988,2	990,1	992,0	994,0	995,9	997,8	999,7	1001,7	1003,6	1005,5	1007,4	1009,3	1,92
673	994,6	996,6	998,5	1000,4	1002,3	1004,3	1006,2	1008,2	1010,1	1012,1	1014,0	1016,0	1017,9	1019,8	1021,8	1,95
672	1006,7	1008,7	1010,7	1012,6	1014,6	1016,5	1018,5	1020,4	1022,4	1024,4	1026,4	1028,3	1030,3	1032,3	1034,2	1,97
671	1018,9	1020,9	1022,8	1024,8	1026,3	1028,8	1030,7	1032,7	1034,7	1036,8	1038,7	1040,7	1042,7	1044,7	1046,7	1,99
670	1031,0	1033,0	1035,0	1037,0	1039,0	1041,0	1043,0	1045,0	1047,0	1049,1	1051,1	1053,1	1055,1	1057,1	1059,1	2,01
669	1043,3	1045,3	1047,4	1049,4	1051,4	1053,4	1055,5	1057,5	1059,5	1061,6	1063,6	1065,7	1067,7	1069,7	1071,7	2,03
668	1055,6	1057,6	1059,7	1061,7	1063,8	1065,8	1067,9	1069,9	1072,0	1074,1	1076,2	1078,2	1080,3	1082,3	1084,4	2,05
667	1067,9	1070,0	1072,1	1074,1	1076,2	1078,3	1080,4	1082,4	1084,5	1086,7	1088,7	1090,8	1092,9	1095,0	1097,0	2,08
666	1080,2	1082,3	1084,4	1086,5	1088,6	1090,7	1092,8	1094,9	1097,0	1099,2	1101,3	1103,4	1105,5	1107,6	1109,7	2,10
665	1092,5	1094,6	1096,8	1098,9	1101,0	1103,1	1105,3	1107,4	1109,5	1111,7	1113,8	1116,0	1118,1	1120,2	1122,3	2,12
664	1104,8	1106,9	1109,1	1111,2	1113,4	1115,5	1117,7	1119,8	1122,0	1124,2	1126,3	1128,5	1130,6	1132,8	1134,9	2,16
663	1117,1	1119,2	1121,5	1123,6	1125,8	1128,0	1130,2	1132,3	1134,5	1136,7	1138,9	1141,1	1143,2	1145,4	1147,6	2,18
662	1129,4	1131,6	1133,8	1136,0	1138,2	1140,4	1142,6	1144,8	1147,0	1149,3	1151,4	1153,7	1155,8	1158,1	1160,2	2,20
661	1141,7	1143,8	1146,2	1148,3	1150,6	1152,8	1155,1	1157,2	1159,5	1161,8	1164,0	1166,2	1168,4	1170,7	1172,9	2,22
660	1154,0	1156,2	1158,5	1160,7	1163,0	1165,2	1167,5	1169,7	1172,0	1174,3	1176,5	1178,8	1181,0	1183,3	1185,5	2,25
659	1166,5	1168,7	1171,0	1173,3	1175,6	1177,8	1180,1	1182,4	1184,7	1187,0	1189,2	1191,6	1193,8	1196,1	1198,3	2,27
658	1179,0	1181,2	1183,6	1185,8	1188,2	1190,4	1192,8	1195,0	1197,4	1199,7	1202,0	1204,3	1206,6	1208,9	1211,2	2,30
657	1191,4	1193,8	1196,1	1198,4	1200,7	1203,0	1205,1	1207,7	1210,0	1212,4	1214,7	1217,1	1219,3	1221,7	1224,0	2,32
656	1203,9	1206,3	1208,6	1210,9	1213,3	1215,6	1218,0	1220,3	1222,7	1225,1	1227,4	1229,9	1232,1	1234,5	1236,8	2,34
655	1216,4	1218,8	1221,2	1223,5	1225,9	1228,3	1230,7	1233,0	1235,4	1237,8	1240,2	1242,6	1244,9	1247,3	1249,7	2,37
654	1228,9	1231,3	1233,7	1236,1	1238,5	1240,9	1243,3	1245,7	1248,1	1250,5	1252,9	1255,3	1257,7	1260,1	1262,5	2,39
653	1241,4	1243,8	1246,2	1248,6	1251,1	1253,5	1255,9	1258,3	1260,8	1263,2	1265,6	1268,1	1270,5	1272,9	1275,3	2,42
652	1253,8	1256,4	1258,7	1261,2	1263,6	1266,1	1268,5	1271,0	1273,4	1275,9	1278,3	1280,8	1283,2	1285,7	1288,1	2,45
651	1266,3	1268,9	1271,3	1273,7	1276,2	1278,7	1281,2	1283,6	1286,1	1288,6	1291,1	1293,6	1296,0	1298,5	1301,0	2,47
650	1278,9	1281,4	1283,8	1286,3	1288,8	1291,3	1293,8	1296,3	1298,8	1301,3	1303,8	1306,3	1308,8	1311,3	1313,8	2,50
649	1291,6	1294,1	1296,5	1299,1	1301,6	1304,1	1306,6	1309,2	1311,7	1314,2	1316,7	1319,3	1321,8	1324,3	1326,8	2,52
648	1304,3	1306,8	1309,3	1311,8	1314,4	1316,9	1319,5	1322,0	1324,6	1327,1	1329,7	1332,2	1334,8	1337,3	1339,9	2,55
647	1316,9	1319,5	1322,0	1324,6	1327,1	1329,7	1332,3	1334,9	1337,4	1340,0	1342,6	1345,2	1347,7	1350,3	1352,9	2,57
646	1329,6	1332,2	1334,8	1337,3	1339,9	1342,5	1345,1	1347,7	1350,3	1352,9	1355,5	1358,1	1360,7	1363,3	1365,9	2,60
645	1342,3	1344,9	1347,5	1350,1	1352,7	1355,4	1358,0	1360,6	1363,2	1365,9	1368,6	1371,1	1373,7	1376,4	1379,0	2,62

Somma das temperaturas do ar nas duas extremidades da columna, ou valores de T + t em gráos do thermometro centigrado.

Altura do barometro	27°	28°	29°	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	Differenças para 1°
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
685	875,0	876,7	878,3	880,0	881.6	883,3	885,0	886,6	888,3	889,9	891,6	893,3	894,9	896,6	898,2	899,9	1,65
684	887,2	889,0	890,6	892,4	894,0	895.7	897,4	899,1	900,7	902,4	904,1	905,8	907,5	909.1	910,8	912,5	1.68
683	899,5	901,3	903,0	904,7	906,4	908.1	909,8	911,5	913,2	914,9	916,6	918,4	920,1	921,7	923,4	925,2	1,70
682	911,8	913,6	915,3	917,1	918.7	920.5	922,2	924,0	925,7	927,4	929,2	930,9	932,6	934,3	936,1	937,8	1,73
681	924.1	925,9	927,7	929,4	931,1	932,9	934,7	936,4	938,1	939.9	941,7	943,5	945,2	946,9	948,7	950,5	1,75
680	936.4	938,2	940,0	941,8	943,5	945,3	947,1	948,9	950,6	952,4	954.2	956,0	957,8	959,5	961,3	963,1	1,78
679	948,9	950,7	952,5	954,3	956.1	957,9	959.9	961,5	963,3	965,1	966,9	968,7	970,6	972.3	974,1	975,9	1,80
678	961,4	963,2	965,0	966,9	968.6	970,5	972 3	974,2	975,9	977.8	979,6	981,5	983,3	985,1	986,9	988,8	1,83
677	973,8	975,7	977,6	979,4	981.2	983,1	984,9	986,8	988.6	990,5	992,3	994.2	996,1	997,8	999,7	1001,6	1,85
676	986.3	988,2	990,1	992,0	993.8	995,7	997,5	999,5	1001,3	1003,2	1005.0	1006,9	1008,8	1010,6	1012,5	1014.4	1,87
675	998.8	1000,7	1002,6	1004,5	1006,4	1008,3	1010,2	1012,1	1014.0	1015,9	1017,8	1019,7	1021,6	1023.4	1025,4	1027,3	1,89
674	1011,3	1013,2	1015,1	1017.0	1018,9	1020,8	1022,8	1024,7	1026,6	1028,5	1030,5	1032,4	1034,3	1036.2	1038,2	1040,1	1,92
673	1023,8	1025,7	1027,6	1029,6	1031,5	1033,4	1035,4	1037,4	1039,3	1041,2	1043,2	1045,1	1047,1	1049,0	1051,0	1052,9	1,95
672	1036,2	1038,2	1040,2	1042,1	1044,1	1046,0	1048,0	1050,0	1052,0	1053.9	1055,9	1057,8	1059,8	1061,7	1063,8	1065,7	1,97
671	1048,7	1050,7	1052,7	1054,7	1056,6	1058.6	1060,6	1062,7	1064,6	1066,6	1068,6	1070,6	1072,6	1074,5	1076.6	1078,6	1,99
670	1061,2	1063,2	1065,2	1067,2	1069,2	1071.2	1073,2	1075,3	1077,3	1079,3	1081,3	1083,3	1085,3	1087,3	1089,4	1091,4	2,01
669	1073,9	1075,9	1077,9	1079,9	1082,0	1084,0	1086.0	1088,1	1090,2	1092,2	1094,2	1096,2	1093,3	1100,3	1102,4	1104,4	2,03
668	1086,5	1088.6	1090,6	1092,7	1094,7	1096,8	1098,8	1101,0	1103,0	1105,0	1107,1	1109,2	1111,2	1113,3	1115,4	1117,4	2,05
667	1099,2	1101,2	1103,3	1105.4	1107,5	1109,6	1111,6	1113,8	1115,9	1117,9	1120,0	1122,1	1124,2	1126,2	1128,4	1130.5	2,08
666	1111,8	1113,9	1116,0	1118,1	1120,2	1122,4	1124,4	1126,6	1128,7	1130,8	1132.9	1135,0	1137,1	1139,2	1141,4	1143.5	2,10
665	1124,5	1126.6	1128,8	1130,9	1133.0	1135,2	1137,3	1139,4	1141,6	1143,7	1145.8	1147,9	1150.1	1152,9	1154,4	1156.5	2,12
664	1137,2	1139,3	1141,5	1143,6	1145,8	1147,9	1150,1	1152,3	1154,4	1156,5	1158,7	1160,8	1163.0	1165,2	1167,3	1169.5	2,16
663	1149,8	1152.0	1154,2	1156,3	1158.5	1160,7	1162.9	1165,1	1167,3	1169,4	1171,6	1173,8	1175.9	1178.2	1180.3	1182,5	2,18
662	1162,5	1164,6	1166,9	1169,0	1171.3	1173,5	1175,7	1177,9	1180,1	1182,3	1184,5	1186,7	1188,9	1191,1	1193,3	1195,6	2,20
661	1175,1	1177,3	1179.6	1181,8	1184,0	1186,3	1188,5	1190,7	1193,0	1195,1	1197,4	1199,7	1201,8	1201,1	1206,3	1208,6	2,22
660	1187,8	1190,0	1192,3	1194,5	1196,8	1199,1	1201,3	1203,6	1205,8	1208,0	1210,3	1212,6	1214.8	1217,1	1219.3	1221.6	2,25
659	1200,7	1202,9	1205,2	1207.4	1209,8	1212,1	1214,3	1216,6	1218,9	1221,1	1223.4	1225,7	1238,0	1230,3	1232,5	1234,8	2,27
658	1213.4	1215,8	1218,1	1220.4	1222,7	1225,0	1227,3	1229.6	1231,9	1234,2	1236,5	1238,8	1241,1	1243,4	1245.7	1248,0	2,30
657	1226,4	1228,6	1231,0	1233,3	1235,7	1238,0	1240,3	1242,7	1245,0	1247,2	1249,6	1252,0	1254,3	1256,6	1258,9	1261,3	2,32
656	1239,2	1241,5	1243,9	1246,2	1248,6	1251,0	1253,3	1255,7	1258,0	1260,3	1262.7	1265,1	1267,4	1269,8	1272,1	1274,5	2,34
655	1252,1	1254,4	1256,8	1259,2	1261,6	1264,0	1266,6	1268,7	1271,1	1273,4	1275,8	1278,2	1280.6	1283,0	1285.3	1287,7	2,37
654	1264,9	1267.3	1269,7	1272,1	1274.5	1276,9	1279.3	1281,7	1284,1	1286,5	1288,9	1291,3	1293,7	1296,1	1298,5	1300,9	2,39
653	1277,8	1280.2	1282.6	1285.0	1287,5	1289,9	1292,3	1294,7	1297,2	1299,6	1302,0	1304,4	1306.9	1309,3	1311,7	1314.1	2,42
652	1290,6	1293,0	1295.5	1297,9	1300,4	1302,9	1305,3	1307,8	1310,2	1312,6	1315,1	1317,6	1320,0	1322,5	1324,9	1327,4	2,45
651	1303.5	1305,9	1308,4	1310,9	1313,4	1315,8	1318,3	1320,8	1323,3	1325.7	1328,2	1330,7	1333,2	1335.6	1338.1	1340,6	2,47
650	1316,3	1318,8	1321,3	1323,8	1326,3	1328,8	1331,3	1333,8	1336,3	1338,8	1341,3	1343,8	1346,3	1348,8	1351,3	1353,8	2,50
649	1329,4	1331,9	1334,4	1336.9	1339.5	1342.0	1344.5	1347,0	1349,6	1352.1	1354,6	1357.1	1359,6	1362.2	1364,7	1367,2	2,52
648	1342,4	1345,0	1347,5	1350,1	1352.6	1355,2	1357,7	1360,3	1362,8	1365.4	1367,9	1370.4	1373,0	1375,5	1378,1	1380,6	2,55
647	1355,5	1358.0	1360,6	1363.2	1365.8	1368.3	1370,9	1373.5	1376,1	1378,6	1381,2	1383,8	1386,3	1388.9	1391,5	1394,1	2,57
646	1368,5	1371,1	1373,7	1376,3	1378,9	1381,5	1384,1	1386,7	1389,3	1391,9	1394.5	1397,1	1399.7	1402,2	1404,9	1407,5	2,60
645	1381,6	1384.2	1386,8.	1389,5	1392,1	1394,7	1397,3	1400.0	1402,6	1405,2	1407,8	1410,4	1413,0	1415,6	1418,3	1420,9	2,62

Somma das temperaturas do ar nas duas extremidades da columna, ou valores de T + t em gráos do thermometro centigrado.

Altura do barometro	27°	28°	29°	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	Differenças para 1°
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
644	1394,7	1397,3	1399,9	1402,6	1405,2	1407,9	1410,5	1413,3	1415,8	1418,5	1421,0	1423,7	1426,3	1429,0	1431,7	1434,3	2,65
643	1407,7	1410,4	1413,0	1415,7	1418,4	1421,1	1423,7	1426,4	1429,1	1431,8	1434,3	1437,0	1439,7	1442,3	1445,1	1447,7	2,67
642	1420,8	1423,4	1426,1	1428,8	1431,3	1434,2	1436,9	1439,6	1442,3	1445,0	1447,6	1450,4	1453,0	1455,7	1458,5	1461,2	2,70
641	1433,8	1436,3	1439,2	1442,0	1444,7	1447,4	1450,1	1452,9	1455,6	1458,3	1460,9	1463,7	1466,4	1469,0	1471,9	1474,6	2,72
640	1446,9	1449,6	1452,3	1455,1	1457,8	1460,6	1463,3	1466,1	1468,8	1471,6	1474,2	1477,0	1479,7	1482,4	1485,3	1488,0	2,75
639	1460,2	1462,9	1465,6	1468,4	1471,2	1474,0	1476,7	1479,5	1482,3	1485,8	1487,7	1490,5	1493,3	1496,0	1498,9	1501,6	2,77
638	1473,4	1476,2	1478,9	1481,8	1484,5	1487,4	1490,1	1493,0	1495,7	1498,0	1501,2	1504,1	1506,8	1509,6	1512,5	1515,3	2,80
637	1486,7	1489,5	1492,2	1495,1	1497,9	1500,7	1503,5	1506,4	1509,2	1512,0	1514,8	1517,6	1520,4	1523,2	1526,1	1528,9	2,82
636	1499,9	1402,8	1505,5	1508,4	1511,2	1514,1	1516,9	1519,8	1522,6	1525,5	1528,3	1531,2	1534,0	1536,8	1539,7	1542,6	2,85
635	1513,2	1515,1	1518,9	1521,8	1524,6	1527,5	1530,4	1533,3	1536,1	1539,0	1541,8	1544,7	1547,6	1550,4	1553,4	1556,2	2,87
634	1526,5	1529,3	1532,2	1535,1	1538,0	1540,9	1543,8	1546,7	1549,6	1552,5	1555,3	1558,2	1561,1	1564,0	1567,0	1569,8	2,90
633	1539,7	1542,6	1545,5	1548,4	1551,3	1554,3	1557,2	1560,1	1563,0	1566,0	1568,8	1571,8	1574,7	1577,6	1580,6	1583,5	2,92
632	1553,0	1555,9	1558,8	1561,7	1564,7	1567,6	1570,6	1573,5	1576,5	1579,4	1582,4	1585,3	1588,3	1591,2	1594,2	1597,1	2,95
631	1566,2	1569,2	1572,1	1575,1	1578,0	1581,0	1584,0	1587,0	1589,9	1592,9	1595,9	1598,9	1601,8	1604,8	1607,8	1610,8	2,97
630	1579,5	1582,5	1585,4	1588,4	1591,4	1594,4	1597,4	1600,4	1603,4	1606,4	1609,4	1612,4	1615,4	1618,4	1621,4	1624,4	3,00
629	1593,0	1596,0	1598,9	1602,0	1605,0	1608,0	1611,0	1614,1	1617,1	1620,1	1623,1	1626,2	1629,2	1632,2	1635,2	1638,3	3.02
628	1606,4	1609,5	1612,5	1615,5	1618,6	1621,6	1624,7	1627,7	1630,8	1633,8	1636,9	1639,9	1643,0	1646,0	1649,1	1652,1	3,05
627	1619,9	1623,0	1626,0	1629,1	1632,1	1635,2	1638,3	1641,5	1644,4	1647,5	1650,6	1653,7	1656,7	1659,8	1662,9	1666,0	3,07
626	1633,4	1636,5	1639,5	1642,6	1645,7	1648,8	1651,9	1655,0	1658,1	1661,2	1664,3	1667,4	1670,5	1673,6	1676,7	1679,8	3,10
625	1646,9	1650,0	1653,1	1656,2	1659,3	1662,4	1665,6	1668,7	1671,8	1674,9	1678,1	1681,2	1684,3	1687,4	1689,6	1693,7	3,12
624	1660,3	1663,4	1666,6	1669,7	1572,9	1676,0	1679,2	1682,3	1685,5	1688,6	1691,8	1694,9	1698,1	1701,2	1704,4	1707,5	3,15
623	1673,8	1676,9	1680,1	1683,3	1686,5	1689,6	1692,8	1696,0	1699,2	1702,3	1705,5	1708,7	1711,9	1715,0	1718,2	1721,4	3,17
622	1687,3	1690,4	1693,6	1696,8	1700,0	1703,2	1706,4	1709,6	1712,8	1716,0	1719,2	1722,4	1725,6	1728,8	1732,0	1735,2	3,20
621	1700,7	1703,9	1707,2	1710,4	1713,6	1716,8	1720,1	1723,3	1726,5	1729,7	1733,0	1736,2	1739,4	1742,6	1745,9	1749,1	3,22
620	1714,2	1717,4	1720,7	1723,9	1727,2	1730,4	1733,7	1736,9	1740,2	1743,4	1746,7	1749,9	1753,2	1756,4	1759,7	1762,9	3,25
619	1727,9	1731,1	1734,4	1737,7	1741,0	1744,2	1747,5	1750,8	1754,1	1757,3	1760,7	1763,9	1767,2	1770,4	1773,8	1777,0	3,27
618	1741,6	1744,8	1748,2	1751,4	1754,8	1758,0	1761,4	1764,7	1768,0	1771,3	1774,6	1777,9	1781,2	1784,5	1787,8	1791,1	3,30
617	1755,3	1758,6	1761,9	1765,2	1768,6	1771,9	1775,2	1778,5	1781,9	1785,2	1788,6	1791,8	1795,2	1798,5	1801,9	1805,2	3,32
616	1769,0	1772,3	1775,7	1779,0	1782,4	1785,7	1789,1	1792,4	1795,8	1799,1	1802,5	1805,8	1809,2	1812,5	1815,9	1819.3	3,35
615	1782,7	1786,0	1789,4	1792,8	1796,2	1799,5	1802,9	1806,3	1809,7	1813,1	1816,5	1819,8	1823,2	1826,6	1830,0	1833,4	3,37
614	1796,3	1799,7	1803,1	1806,5	1809,9	1813.3	1816,7	1820,2	1823,6	1827,0	1830,4	1833,8	1837,2	1840,6	1844,1	1847,4	3,40
613	1810,0	1813,4	1816,9	1820,3	1823,7	1827,1	1830,6	1834,1	1837,5	1840,9	1844,4	1847,8	1851,2	1854,6	1858,1	1861,5	3,42
612	1823,7	1827,2	1839,6	1834,1	1837,5	1841,0	1844,4	1847,9	1851,4	1854,8	1858,3	1861.7	1865,2	1868.6	1872,2	1875.6	3,45
611	1837,4	1840,9	1844,4	1847,8	1851,3	1854,8	1858,3	1861,8	1865,3	1868,8	1872,3	1875.7	1879,2	1882,7	1886,2	1889,7	3,48
610	1851,1	1854,6	1858,1	1861.6	1865,1	1868,6	1872,1	1875,7	1879,2	1882,7	1886,2	1889,7	1893,2	1896,7	1900,3	1903,8	3,51
609	1865,0	1868,5	1872,1	1875,6	1879,1	1882,7	1886,2	1889,8	1893.3	1896,9	1900,4	1903,9	1907,4	1911,0	1914,6	1918.1	3,54
608	1878,9	1882,5	1886,9	1889,6	1893,1	1896,7	1900,3	1903.9	1907,4	1911,0	1914,6	1918.1	1921,7	1925.2	1928,9	1932,4	3,56
607	1892,8	1896,4	1900.0	1903,6	1907,2	1910.8	1914,3	1918,0	1921,6	1925,2	1928,7	1932,3	1935,9	1939,5	1943,1	1946,7	3,59
606	1906,7	1910,4	1914,0	1917,6	1921,2	1924,8	1928,4	1932,1	1935.7	1939,3	1942,9	1946,5	1950,1	1953,7	1957,4	1961,0	3,61
605	1920,7	1924,3	1928,0	1931,6	1935,2	1938,9	1942,5	1946,2	1949,8	1953,5	1957,1	1960,6	1964,4	1968,0	1971,7	1975,4	3,64
604	1934,6	1938,3	1941,9	1945,5	1949,2	1952,9	1956,6	1960,3	1963,9	1967,6	1971,3	1974.9	1978,6	1982,3	1986,0	1989,7	3,66
603	1948,5	1952,2	1955,9	1959,5	1963,2	1967,0	1970,7	1974,4	1978,0	1981,8	1985,5	1989,2	1992,8	1996.5	2000,3	2004,0	3,69
602	1962,4	1966,1	1969.9	1973,5	1977,3	1981,0	1984,7	1988,5	1992,2	1995,9	1999,6	2003,4	2007,0	2010,8	2014,5	2018,3	3,72
601	1976.3	1980.1	1983,8	1987,5	1991,3	1995,1	1998,8	2002,6	2006,3	2010,1	2013,8	2017,6	2021,3	2025.0	2028,8	2032,6	3,75
600	1990,2	1994,0	1997,8	2001,5	2005,3	2009,1	2012,9	2016,7	2020,4	2024,2	2028,0	2031,8	2035,5	2039,3	2043,1	2046.9	3,77